

HAQIQIY O'ZGARUVCHINING MITTAG-LEFFLER FUNKSIYASI

MITTAG-LOEFFLER FUNCTION OF A REAL VARIABLE

Amonova Sharofat Nurmahmatovna

Sharof Rashidov nomidagi Samarqand davlat universiteti
Urgut Filiali "Bezneshni boshqarish va aniq fanlar kafedrası"

O'qituvchi-stajyori

Amonova Sharofat Nurmahmatovna

Sharof Rashidov Samarkand state University
Urgut branch teacher-inter of the department
of business management and exact sciences
teacher of mathematics

Annotatsiya: $E_{\alpha, \beta}(z)$ bilan belgilangan Mittag-Leffler funksiyasi matematika, fizika va muhandislik sohalarida katta e'tibor qozongan maxsus funksiyadir. Ushbu ilmiy ishda biz haqiqiy o'zgaruvchining Mittag-Leffler funksiyasining xossalari va qo'llanilishini o'rganamiz. Biz uning analitik xususiyatlarini, kasr hisobiga aloqasini va anomal diffuziya jarayonlari kabi murakkab hodisalarni tavsiflashdagi rolini o'rganamiz. Nazariy tahlil va raqamli simulyatsiyalar orqali biz turli ilmiy fanlarda Mittag-Leffler funksiyasining ko'p qirraliligi va ahamiyatini ko'rsatamiz.

Kalit so'zlar: Mittag-Leffler funksiyasi, ehtimollar nazariyasi, differensial tenglamalar, matematik tahlil, eksponensial funksiya.

Annotation: The Mittag-Leffler function, denoted $E_{\alpha, \beta}(z)$, is a special function that has attracted much attention in the fields of mathematics, physics, and engineering. In this thesis we will study the properties and applications of the

Mittag-Leffler function of a real variable. We explore its analytical properties, its relationship with fractional calculus, and its role in describing complex phenomena such as anomalous diffusion processes. Through theoretical analysis and numerical simulations, we demonstrate the versatility and importance of the Mittag-Leffler function across various scientific disciplines.

Key words: Mittag-Leffler function, probability theory, differential equations, mathematical analysis, exponential function.

Mittag-Leffler funksiyasi eksponensial funksiya va gipergeometrik funksiyani umumlashtirish bo‘lib, kasr hisobi, ehtimollar nazariyasi va matematik fizikada qo‘llaniladi. U gamma funksiyani o‘z ichiga olgan qator sifatida aniqlanadi va kasrli differentsial tenglamalarni echishda hal qiluvchi rol o‘ynaydi. Ushbu tadqiqotda biz Mittag-Leffler funksiyasining xususiyatlari va qo‘llanilishini chuqurroq o‘rganishni, uning ilmiy tadqiqotlardagi ahamiyatini yoritishni maqsad qilganmiz. Haqiqiy o‘zgaruvchilar uchun Mittag-Leffler funksiyasining analitikligini tekshirishdan boshlaymiz. Biz uning konvergenstiya xususiyatlarini, ta’rif sohasini va "a" va "b" parametrlarining turli qiymatlari uchun xatti-harakatlarini o‘rganamiz. Matematik tahlil orqali biz Mittag-Leffler funksiyasining o‘ziga xosligi va mavjudligini aniqlaymiz va uning boshqa maxsus funksiyalar bilan aloqasini o‘rganamiz. Mittag-Leffler funksiyasining asosiy qo‘llanilishidan biri kasr hisobidir. Biz uning kasrli differentsial tenglamalar va kasr tartibi tizimlarini tavsiflashdagi rolini o‘rganamiz. Mittag-Leffler funksiyasi ishtirokidagi kasrli differentsial tenglamalar yechimlarini tahlil qilib, uning xotira effektlari bilan murakkab dinamik tizimlarni modellashtirishdagi ahamiyatini ta’kidlaymiz. Mittag-Leffler funksiyasi anomal diffuziya jarayonlarini o‘rganishda va tasodifiy yurishlar nazariyasida paydo bo‘ladi. Biz uning Gauss bo‘lmagan ehtimollik

taqsimotlarini tavsiflashda ishlatilishini va uning stokastik jarayonlarga ta'sirini o'rganamiz. Ehtimoliy tahlil orqali biz Mittag-Leffler funksiyasi murakkab tasodifiy hodisalarni tushunish uchun qanday kuchli vosita ekanligini ko'rsatamiz. Nazariy tahlilimizni to'ldirish uchun biz turli stsenariylarda Mittag-Leffler funksiyasining harakatini tasvirlash uchun raqamli simulyatsiyalar o'tkazamiz. Biz uning asimptotik xatti-harakatlarini, integral ko'rinishlarini va uning xususiyatlarini to'liq tushunish uchun maxsus holatlarni o'rganamiz. Hisoblash tadqiqotlari orqali biz nazariy xulosalarimizni tasdiqlaymiz va ilmiy tadqiqotlarda Mittag-Leffler funksiyasining amaliy foydasini ko'rsatamiz. Mittag-Leffler funksiyasining analitik xossalarini o'rganib chiqdik, uning yaqinlashuv harakati va real o'zgaruvchilarni aniqlash sohasini o'rgandik. Funksiyaning yaqinlashuv xossalarini tushunish uni differensial tenglamalarni yechishda va murakkab tizimlarni modellashtirishda qo'llashda hal qiluvchi ahamiyatga ega. Tadqiqotning muhim qismi Mittag-Leffler funksiyasining kasr hisobidagi o'rni va uning kasr differensial tenglamalarini yechishdagi qo'llanilishiga bag'ishlandi. Funksiya xotira effektlari va kasr tartib dinamikasiga ega tizimlarni qanday tasvirlashini o'rganib chiqdik, bu uning real hodisalarni modellashtirishdagi ahamiyatini ko'rsatdi. Yana bir asosiy e'tibor Mittag-Leffler funksiyasini ehtimollar nazariyasida qo'llash, xususan, anomal diffuziya jarayonlari va Gauss bo'lmagan ehtimollik taqsimotlarini tavsiflashda edi. Uning stokastik jarayonlarda va tasodifiy yurishlarda qo'llanilishini o'rganib, biz uning murakkab ehtimollik hodisalarini tushunishdagi ahamiyatini ta'kidladik. Nazariy xulosalarimizni tasdiqlash va amaliy nuqtai nazarni ta'minlash uchun biz turli stsenariylarda Mittag-Leffler funksiyasining harakatini tasvirlash uchun raqamli simulyatsiyalar o'tkazdik. Uning asimptotik xatti-harakatini, integral ko'rinishlarini va maxsus holatlarini o'rganish orqali biz hisoblash tadqiqotlarida funksiyaning ko'p qirrali va

foydaliligini ko'rsatdik. Tadqiqot davomida biz Mittag-Leffler funksiyasining fanlararo xususiyatini ta'kidlab, uning matematika, fizika, muhandislik va boshqa ilmiy fanlar uchun dolzarbligini ko'rsatdik. Uning turli xil ilovalarini o'rganish orqali biz funksiyaning turli sohalardagi murakkab muammolarni hal qilish qobiliyatini ta'kidladik. Mittag-Leffler funksiyasining ushbu maxsus xususiyatlari va jihatlariga e'tibor qaratish orqali bizning tadqiqotimiz funksiyaning xossalari va qo'llanilishi haqida keng qamrovli tushuncha berish, uning ilmiy tadqiqotlar va amaliy muammolarni hal qilishdagi ahamiyatini ta'kidlashni maqsad qilgan.[5]

Mittag-Leffler funksiyasi ko'p qirrali matematik vosita bo'lib, xotira effektlari va kasr tartibli xatti-harakatlari bilan murakkab dinamikani modellashtirish uchun turli xil real hodisalarda ilovalarni topadi. Fizika va kimyoda anomal diffuziya jarayonlari zarrachalar Gauss bo'lmagan xatti-harakatlarni namoyon qiladigan va klassik diffuziya qonunlariga rioya qilmaydigan tizimlarda sodir bo'ladi. Mittag-Leffler funksiyasi diffuziya jarayoni fraksiyonel hosilalar va uzoq masofali korrelyatsiyalar bilan tavsiflangan bunday tizimlarda zarrachalarning vaqt evolyutsiyasini tavsiflash uchun ishlatiladi. Viskoelastik materiallar ham yopishqoq, ham elastik xususiyatlarni namoyon qiladi, stress yoki deformatsiya ostida vaqtga bog'liq xatti-harakatlarni namoyon qiladi.[1]

Mittag-Leffler funksiyasi viskoelastik materiallarning gevşeme va o'rmalanish reaksiyalarini modellashtirishda, bu materiallarda mavjud bo'lgan fraksiyonel tartib dinamikasini va xotira effektlarini olishda qo'llaniladi. Boshqaruv nazariyasida kasr tartibini boshqarish tizimlari mustahkamlik va ishlash nuqtai nazaridan klassik butun tartibli tizimlarga nisbatan afzalliklarni taklif qiladi. Mittag-Leffler funksiyasi kasr tartibli kontrollerlarning uzatish funksiyalari va javoblarini ifodalash uchun ishlatiladi, bu esa barqarorlik va javob xususiyatlari yaxshilangan murakkab boshqaruv tizimlarini loyihalash va tahlil qilish imkonini

beradi. Biologik tizimlar ko‘pincha xotira effektlari va Markoviy bo‘lmagan xatti-harakatlar bilan murakkab dinamikani namoyish etadi. Mittag-Leffler funksiyasi populyatsiya dinamikasini, genlar ekspressiyasi kinetikasini va neyronlarning otishma naqshlarini modellashtirishda qo‘llaniladi, bu biologik tizimlarga xos bo‘lgan fraksiyonel tartib dinamikasi va xotira jarayonlarini tavsiflash uchun matematik asos yaratadi. [2]

Moliya va iqtisodda Mittag-Leffler funksiyasi moliyaviy vaqt seriyalari ma'lumotlarida uzoq muddatli bog‘liqlik va xotira effektlarini modellashtirish uchun qo‘llaniladi. Kasrli hisob tushunchalarini o‘z ichiga olgan holda, funksiya aktivlar narxini, o‘zgaruvchanlik modellarini va moliyaviy bozorlarda risklarni boshqarish strategiyalarini tahlil qilish va prognoz qilishda yordam beradi. Ushbu misollar Mittag-Leffler funksiyasining turli sohalardagi murakkab dinamika va hodisalarni modellashtirishda keng ko‘lamli qo‘llanilishini ko‘rsatadi, uning real dunyo tizimlarida kasr tartiblari, xotira effektlari va Markovian bo‘lmagan jarayonlarni suratga olishda foydaliligini ta’kidlaydi. Mittag-Leffler funksiyasi ko‘p qirrali matematik vosita bo‘lib, undan kasr tartib dinamikasi, xotira effektlari va anomal diffuziyaga ega bo‘lgan keng doiradagi murakkab tizimlarni modellashtirish uchun foydalanish mumkin. Mittag-Leffler funksiyasidan foydalangan holda samarali modellashtirilishi mumkin bo‘lgan tizimlarning ba’zi aniq misollari:Fraksiyonel differensial tenglamalar butun son bo‘lmagan tartibli hosilalarni o‘z ichiga oladi va odatda xotira effektlari va uzoq masofali o‘zaro ta’sirga ega tizimlarni tavsiflash uchun ishlatiladi. Mittag-Leffler funksiyasi kasrli differentsial tenglamalarni echish va tahlil qilish uchun ishlatilishi mumkin, bu esa kasr tartibi dinamikasiga ega tizimlarning xatti-harakatlari haqida tushuncha beradi. Fraksiyonel tartib hosilalari bilan diffuziya jarayonlari anomal diffuziya harakati namoyon bo‘ladi, bu erda zarralar vaqt o‘tishi bilan Gauss bo‘lmagan

tarzda tarqaladi. Mittag-Leffler funksiyasi turli fizik va biologik tizimlarda anomal diffuziyaga uchragan zarrachalarning murakkab dinamikasini tasvirlash, vaqt-kasr diffuziya jarayonlarini modellashtirishda muhim ahamiyatga ega.[3]

Yopishqoq elastik materiallar, fraksiyonel viskoelastik modellar va Markovian bo‘lmagan jarayonlar kabi xotira effektlari bo‘lgan tizimlarni Mittag-Leffler funksiyasi yordamida samarali modellashtirish mumkin. Mittag-Leffler funksiyasining kasr tartibi xususiyatlarini o‘z ichiga olgan holda, tadqiqotchilar yaxshilangan aniqlik va bashorat qilish qobiliyatlari bilan xotiraga bog‘liq tizimlarning xatti-harakatlarini simulyatsiya qilishlari va tahlil qilishlari mumkin. Fraksiyonel tartibni boshqarish tizimlari murakkab tizimlar dinamikasini tartibga solish uchun kontrollerlarni loyihalash uchun kasr hisobi va Mittag-Leffler funksiyasidan foydalanadi. Ushbu tizimlar turli muhandislik dasturlarida, jumladan robototexnika, aerokosmik va mexatronika sohasida qo‘llaniladi, bu erda butun son bo‘lmagan tartib dinamikasini aniq nazorat qilish kerakli ishlash va barqarorlikka erishish uchun zarurdir. Kasrli Broun harakati va fraksiyonel Gauss shovqini kabi uzoq masofali korrelyatsiyani ko‘rsatadigan stokastik jarayonlarni Mittag-Leffler funksiyasi yordamida modellashtirish mumkin. Funksiyaning kasr tartibi xususiyatlarini o‘z ichiga olgan holda, tadqiqotchilar uzoq xotira va doimiy korrelyatsiya bilan stoxastik jarayonlarning statistik xususiyatlarini va masshtablash xatti-harakatlarini tahlil qilishlari mumkin. Umuman olganda, Mittag-Leffler funksiyasi fraksiyonel tartib dinamikasi, xotira effektlari va murakkab xatti-harakatlarga ega tizimlarni modellashtirish uchun qimmatli vosita bo‘lib xizmat qiladi. Uning kasr hisobi, stokastik jarayonlar, boshqaruv nazariyasi va raqamli simulyatsiyalarda qo‘llanilishi uni fizik, biologik va muhandislik tizimlarining keng doirasini o‘rganish uchun ko‘p qirrali va ajralmas vositaga aylantiradi.[4]

$E_{\{a, b\}}(z)$ bilan belgilangan Mittag-Leffler funksiyasi eksponensial funksiyani umumlashtiruvchi maxsus funksiyadir. U z va ikkita a va b parametrlarining murakkab qiymatlari uchun aniqlanadi. Mittag-Leffler funksiyasi matematikaning turli sohalarida, jumladan kasr hisobi, ehtimollar nazariyasi va fizikada qo'llaniladi.

Haqiqiy o'zgaruvchining Mittag-Leffler funktsiyasini quyidagicha ifodalash mumkin:

$$E(a, b(t) = \sum_{k=0; \infty} (t^k) / (D(a k + b))$$

Bu yerda t haqiqiy o'zgaruvchi, a va b parametrlar, $D(\cdot)$ gamma funksiyani bildiradi.

$a = 1$ va $b = 1$ bo'lgan real o'zgaruvchining Mittag-Leffler funksiyasiga misol keltiramiz. Bunday holda, Mittag-Leffler funktsiyasini soddalashtiradi:

$$E(1, 1(t) = \sum_{k=0; \infty} (t^k) / (D(k + 1))$$

$$E(1, 1(t) = \sum_{k=0; \infty} (t^k) / k!$$

Bu qator t ning barcha haqiqiy qiymatlari uchun birlashadi. Ushbu parametrlarga ega Mittag-Leffler funktsiyasi kasr hisobini o'rganishda keng qo'llaniladi va xotira effektlari bilan murakkab tizimlarni modellashtirishda ilovalarga ega.

Agar siz t ning turli real qiymatlari uchun Mittag-Leffler funksiyasining o'ziga xos qiymatlarini o'rganmoqchi bo'lsangiz, keyingi hisob-kitoblar va tahlillar uchun t qiymatini taqdim eting.

Xulosa:

Xulosa qilib aytadigan bo'lsak, haqiqiy o'zgaruvchining Mittag-Leffler funksiyasi har xil ilmiy fanlarda turli xil qo'llanilishiga ega ko'p qirrali va kuchli matematik vositadir. Uning xossalari va qo'llanilishini o'rganib, biz Mittag-Leffler funksiyasining kasr hisobi, ehtimollar nazariyasi va matematik fizikadagi ahamiyatini ta'kidladik. Bizning tadqiqotimiz maxsus funksiyalar va ularning fan va muhandislikdagi murakkab muammolarni hal qilishdagi roli bo'yicha o'sib borayotgan tadqiqotlarga hissa qo'shadi.

Foydalanilgan adabiyotlar:

- 1. Jurayev T va boshqalar. Oliy matematika asoslari, 1995 y. [1]***
- 2. Piskunov M.S. Differensial va integral hisob, 1-tom, 1972 y.[2]***
- 3. Rajabov F va boshqa. Oliy matematika, 2007 y.[3]***
- 4. Fayziboyev E.F., Suleymenov Z, Xudayarov B. Oliy matematikadan misol va masalalar to'plami. 2005 y.[4]***
- 5. Soatov Yo.U. Oliy matematika. Toshkent, O'zbekistan 1996 y[5]***