

УДК 681.32:65.012.122

*Леонтьев А.С., к.т.н., ст. научный сотрудник
доцент кафедры математического обеспечения и стандартизации
информационных технологий*

МИРЭА – Российский технологический университет

Россия, г. Москва

Тимошкин М.С.

магистрант

МИРЭА – Российский технологический университет

Россия, г. Москва

**МНОГОУРОВНЕВЫЕ АНАЛИТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ
ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПРИ
ИСКАЖЕНИИ ВХОДНОЙ ИНФОРМАЦИИ**

Аннотация: Рассмотрены многоуровневые аналитические модели учета искажений и средств контроля входной информации при оценке оперативности решения задач в вычислительных системах. На основе метода катастроф получены функциональные уравнения, которые служат основой для получения расчетных соотношений и реализации аналитических методов оценки оперативности обработки информации в вычислительных системах различного назначения. На основе предложенного подхода реализован программный комплекс, позволяющий осуществить многовариантный анализ различных режимов функционирования вычислительных систем.

Ключевые слова: аналитические модели, искажение информации, функциональные уравнения, метод «катастроф», вероятность, функции распределения, преобразование Лапласа-Стилтьеса

*Leontyev A.S., Ph.D. of Engineering Sciences, Senior Research Officer
Associate Professor at the Department of Mathematical Support and
Standardization of Information Technologies
MIREA – Russian Technological University
Russian Federation, Moscow*

*Timoshkin M.S.
Master Student
MIREA – Russian Technological University
Russian Federation, Moscow*

MULTILEVEL ANALYTICAL MODELS FOR INVESTIGATION OF THE PROCESSES OF SOLVING PROBLEMS WITH INPUT INFORMATION DISTORTION

Abstract: Multilevel analytical models for distortion accounting and means of input information control accounting with estimating the efficiency of solving problems in computing systems were considered. On the basis of the catastrophe method, functional equations were obtained, which serve as the basis for obtaining the calculated ratios and implementing analytical methods for estimating the efficiency of information processing in computing systems for various purposes. On the basis of the proposed approach, a software package was implemented, which makes it possible to carry out a multivariate analysis of various computing system's modes of operation.

Keywords: analytical models, information distortion, functional equations, catastrophe method, probability, distribution functions, Laplace–Stieltjes transform.

Процесс обработки информации в информационно-аналитических центрах (ИАЦ) реализуется на базе клиент-серверных технологий и обычно определяется распределением выдаваемых пользователям и

получаемых от них потоков данных, которые можно представить в виде потока некоторых сообщений, распределенных случайным образом во времени. При этом с каждым сообщением можно соотнести (начало обработки) и момент окончания обработки сообщения.

Под оперативностью обработки сообщения здесь понимается время реакции серверов ЛВС, функционирующей в составе ИАЦ на запрос, поступающий с рабочего места (РМ) пользователя.

Процесс обработки сообщений в серверах, характеризуется тем, что к аппаратным и программным ресурсам возникают очереди. Обработка сообщений может прерываться не только из-за конфликтных ситуаций, возникающих на входах обрабатываемых программ, но и в результате отказов и сбоев технических средств и искажений, возникающих во входной информации [1, 2, 3, 4]. Рассмотрим аналитический метод оценки оперативности обработки сообщений в серверах ИАЦ, функционирующих в режиме реального времени. Вывод функциональных уравнений для расчета временных характеристик производится на основе использования метода введения дополнительного события - метода «катастроф» [5]. Многоуровневые математические модели оценки оперативности обработки информации с учетом возникающих искажений информации и с учетом надежности описаны в работах [3, 6, 7, 8].

Процесс обработки заявок в ИАЦ с учетом возникающих отказов, сбоев и искажений во входной информации описывается с помощью семейства многоуровневых вложенных моделей проблемного и структурного уровней с ненадежными элементами, причем на проблемном уровне имитируется функционирование программных ресурсов, а на структурном уровне – аппаратных ресурсов. В работах [7, 8] предложен и обоснован декомпозиционный аналитико-имитационный метод анализа временных характеристик ИВС с учетом надежности, базирующийся на

использовании вложенных многоуровневых моделей. Метод включает следующие шаги:

1. Определение потоков требований на обслуживание на аппаратном уровне с помощью интерфейсных подмоделей настройки модели структурного уровня.

2. Использование аналитического метода для определения временных характеристик обработки требований на аппаратном уровне путем декомпозиции модели структурного уровня на элементарные базисные подмодели процессоров и каналов.

3. Настойка модели проблемного уровня с помощью соответствующих интерфейсных подмоделей.

4. Преобразование с помощью аналитических методов ненадежных обслуживающих аппаратов (ОА) проблемного уровня в эквивалентные надежные.

5. Построение аппроксимирующих функций распределения (ФР) времени обработки заявок эквивалентными аппаратами.

6. Определение выходных характеристик системы с помощью имитационного моделирования многофазной СМО проблемного уровня с эквивалентными надежными ОА.

Учет дополнительных потоков требований на структурном уровне и корректировки функций распределения обрабатывающих программ на проблемном уровне, обусловленных искажениями входной информации, по сути эквивалентен разработанному ранее подходу учета отказов и сбоев, обнаруживаемых программным способом, с помощью многоуровневых моделей оценки временных характеристик ИАЦ с учетом надежности [4, 7, 8]. Впервые метод учета искажений во входной информации с помощью семейства многоуровневых аналитических моделей при оценке вероятностно-временных характеристик ИАЦ рассмотрен в 1986 г. в работе [3]. Краткое изложение вывода

функциональных уравнений для корректировки функций распределения времени выполнения обрабатывающих программ при искажении входной информации на проблемном уровне наряду с работой [3] было рассмотрено на конференции «Современные информационные технологии в управлении и образовании» в 2005 г. [9].

Представляет несомненный практический интерес рассмотрение способов применения «Метода катастроф» [5] при сведении ненадежных обслуживающих аппаратов проблемного уровня к эквивалентным надежным [7, 8, 9].

Пусть задан вектор вероятностей возникновения и обнаружения искажений во вводимой информации ($\bar{P} = (P_j, P_{1j}, P_{2j}, \dots, P_{\psi j})$). Вектор P имеет $\psi + 1$ компоненту, где P_j - вероятность возникновения искажения во входной информации $j = \overline{1, NSS}$; NSS - количество обрабатываемых типов сообщений, имеющих различные категории срочности; P_{1j} - вероятность обнаружения искажений во входной информации на первом узле обработки; P_{2j} - вероятность обнаружения искажения во входной информации на втором узле обработки; $P_{\psi j}$ - вероятность обнаружения искажения во входной информации j -го типа на ψ -ом узле обработки, ψ - общее число обрабатывающих программ (узлов графа обработки), обслуживающих j -е сообщение $\Psi = KP(j)$.

Время пребывания сообщения в узле включает в себя длительность обслуживания $H_{ij}(t)$ и время ожидания $W_{ij}(t)$.

Моменты функции распределения (ФР) $V_j(t)$ времени пребывания j -го сообщения в сервере ЛВС ИАЦ при условии, что во введенной информации j -го сообщения не произошло искажений, определяются с помощью многоуровневых моделей [4, 6, 7, 8]:

$$V_j(t) = * \prod_{i=1}^{\psi} V_{ij}(t), \quad (1)$$

где: $V_j(t)$ - ψ -кратная свертка ФР $V_{ij}(t)$, являющихся ФР времени пребывания j -го сообщения на обслуживании i -ой обрабатывающей программой с учетом дополнительных потоков требований, обусловленных искажениями информации, вносимых другими обрабатывающими программами, за исключением i -ой обрабатывающей программы.

Преобразование Лапласа-Стилтьеса ФР $V_j(t)$ определяются формулой:

$$V_j^*(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dV_j(t) \quad (2)$$

Соответственно преобразование Лапласа-Стилтьеса (Л.-С.) ФР времени пребывания j -го сообщения $V_j^*(s)$ равно произведению преобразований Л.-С. ФР времени пребывания на каждом этапе $V_{ij}^*(s)$ и определяется по формуле:

$$V_j^*(s) = \prod_{i=1}^{\psi} V_{ij}^*(s), \quad (3)$$

где $V_{ij}^*(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} dV_{ij}(t)$ - преобразование Л.-С. ФР $V_{ij}(t)$. Формула для оценки времени пребывания j -го сообщения на обслуживании i -ой обрабатывающей программой с учетом дополнительных потоков

требований, обусловленных искажениями обрабатываемой информации, дается соотношением:

$$V_{ij}^*(S) = H_{ij}^*(S) \cdot W_{ij}^*(S), \quad (4)$$

где $H_{ij}^*(S) = \int_0^{\infty} e^{-st} dH_{ij}(t)$, $H_{ij}(t)$ - ФР времени обслуживания j -го

сообщения i -ой обрабатывающей программой с учетом дополнительных потоков требований на аппаратном (структурном) уровне, обусловленных

искажениями обрабатываемой информации: $W_{ij}^*(S) = \int_0^{\infty} e^{-st} dW_{ij}(y)$, $W_{ij}(t)$ -

ФР времени ожидания j -го сообщения на обслуживание i -ой обрабатывающей программой.

Дифференцируя (4) по S , получим следующие выражения для первого и второго моментов ФР $V_{ij}(t)$:

$$\begin{aligned} V_{ij}^{(1)} &= H_{ij}^{(1)} + W_{ij}^{(1)} \\ V_{ij}^{(2)} &= H_{ij}^{(2)} + 2H_{ij}^{(1)} \cdot W_{ij}^{(1)} + W_{ij}^{(2)} \end{aligned} \quad (5)$$

Выражение для моментов ФР $V_j(t)$ получим, дифференцируя по S выражение (3):

$$\begin{aligned} V_j^{(1)} &= \sum_{i=1}^{\psi} V_{ij}^{(1)}, \\ V_j^{(2)} &= \sum_{i=1}^{\psi} V_{ij}^{(2)} + 2 \sum_{i=2}^{\psi} V_{1j}^{(1)} \cdot V_{ij}^{(1)} + 2 \sum_{i=3}^{\psi} V_{2j}^{(1)} \cdot V_{ij}^{(1)} + \dots + 2V_{(\psi-1,j)}^{(1)} \cdot V_{\psi j}^{(1)} \end{aligned} \quad (6)$$

Моменты $V_j^{(1)}$ и $V_j^{(2)}$ определяются без учета повторного выполнения i -ой обрабатывающей программы при обнаружении искажений в процессе обслуживания j -го сообщения.

Найдем ФР времени пребывания j -го сообщения в серверах ЛВС с учетом искажений, возникающих во входной информации. Будем считать, что искажения во входной информации, возникающие в различных типах сообщений, являются независимыми событиями и происходят с вероятностью P_j ; $j = \overline{1, NSS}$. Искажения во входной информации могут быть обнаружены средствами контроля на одном из узлов обработки с вероятностью P_{ij} , $i = \overline{1, \Psi}$, $j = \overline{1, NSS}$. Если искажения обнаруживаются, то они исправляются, и обработка сообщения начинается заново с первого узла.

Обозначим через $V_{j_{иск}}(t)$ ФР времени пребывания j -го сообщения с учетом его повторного выполнения при обнаружении искажения во вводимой информации на одном из узлов обработки. Преобразование Лапласа-Стилтьеса $V_{j_{иск}}^*(S) = \int_0^{\infty} e^{-st} dV_{j_{иск}}(t)$ можно трактовать как вероятность того, что при обслуживании j -го сообщения с учетом искажений информации и его повторной обработки «катастрофы» не наступали.

Функциональное уравнение, связывающее $V_{j_{иск}}^*(S)$ с $V_j^*(S)$ и $V_{ij}^*(S)$ с помощью вектора \overline{P} , имеет следующий вид [3]:

$$\begin{aligned}
V_{j\text{иск}}^*(S) &= (1 - P_j) \cdot V_j^*(S) + P_j P_{1j} \cdot V_{1j}^*(S) \cdot V_{j\text{иск}}^*(S) + \\
&+ P_j (1 - P_{1j}) \cdot P_{2j} \cdot V_{1j}^*(S) \cdot V_{2j}^*(S) \cdot V_{j\text{иск}}^*(S) + \dots + \\
&+ P_j (1 - P_{1j}) \dots (1 - P_{i-1,j}) \cdot P_{ij} \cdot \left[\prod_{k=1}^i V_{kj}^*(S) \right] \cdot V_{j\text{иск}}^*(S) + \dots + \\
&+ P_j (1 - P_{1j}) \dots (1 - P_{\psi-1,j}) \cdot P_{\psi j} \cdot V_j^*(S) \cdot V_{j\text{иск}}^*(S) + \\
&+ P_j (1 - P_{1j}) \dots (1 - P_{\psi j}) \cdot V_j^*(S)
\end{aligned} \tag{7}$$

После преобразования получим:

$$\begin{aligned}
V_{j\text{иск}}^*(S) &\{1 - P_j \cdot P_{1j} \cdot V_{1j}^*(S) - P_j (1 - P_{1j}) \cdot P_{2j} \cdot V_{1j}^*(S) \cdot V_{2j}^*(S) - \dots - \\
&- P_j (1 - P_{1j}) \dots (1 - P_{i-1,j}) \cdot P_i \left[\prod_{k=1}^i V_{kj}^*(S) \right] - \\
&- P_j (1 - P_{1j}) \dots (1 - P_{\psi-1,j}) \cdot P_{\psi j} \cdot V_j^*(S)\} = \\
&= \left[1 - P_j + P_j \prod_{i=1}^{\psi} (1 - P_{ij}) \right] \cdot V_j^*(S)
\end{aligned} \tag{8}$$

Справедливость выражения (7) обосновывается следующим образом. Первое слагаемое уравнения (7) $(1 - P_j)$ есть вероятность того, что во входной информации не возникнут искажения и во время обработки j -го сообщения без искажений информации «катастрофы» не наступят: $V_j^*(S)$. Второе слагаемое есть вероятность P_j того, что во входной информации возникнут искажения, которые будут обнаружены в конце первой фазы (вероятность $P_j P_{1j}$). При этом в процессе обслуживания j -го сообщения на первом узле обработки «катастрофы» не наступали (вероятность $P_j P_{1j} V_{1j}^*(S)$) и после исправления искажений в процессе обслуживания j -го сообщения с учетом возможного внесения новых искажений «катастрофы» не наступали: $V_{j\text{иск}}^*(t)$. Третье слагаемое есть вероятность P_j того, что произошло искажение во входной информации,

которое не было обнаружено на первом узле обработки и было обнаружено на втором узле обработки, «катастрофы» при этом не наступили - $V_{1j}^*(S) \cdot V_{2j}^*(S)$ и после исправления искажений в процессе повторного обслуживания j -го сообщения с учетом возможного внесения новых искажений «катастрофы» не наступят - $V_{jиск}^*(t)$. Интерпретируя аналогичным образом в терминах теории «катастроф» остальные слагаемые в уравнении (7), легко показать его справедливость.

Функциональное уравнение (7) и полученные из него соотношения служат основой для реализации метода оценки оперативности обработки информации в серверах ЛВС ИАЦ. Количественной мерой оценки является вероятность обработки сообщений пользователей в нормативные сроки $P_r(T_j < T_j^H) = V_{jиск}^*(T_j^H)$. Следует также отметить, что к критерию оперативности предъявляются довольно жесткие требования, что сделало необходимым учитывать моменты высших порядков реальных распределений случайных величин. В противном случае погрешность модели при определении вероятностей обработки сообщений пользователей в нормативные сроки становится недопустимой, что может привести к излишним затратам при разработке реальной системы и снижению качества проектирования.

Рассмотренные выше модели и функциональные уравнения явились основой для разработки системы автоматизация проектирования ИАЦ на базе многоуровневых аналитико-имитационных моделей [10].

Предложенный метод моделирования и реализованный на его основе пакет прикладных программ были использованы при исследовании процессов обработки информации с учетом отказов, сбоев и искажений входных данных при оценке показателей оперативности обработки информации в ИАЦ органов государственной власти.

Использованные источники:

1. Модели обеспечения достоверности и доступности информации в информационно-телекоммуникационных системах: монография/ М.Ю. Монахов, Ю.М. Монахов, Д.А. Полянский, И.И. Семенов; Владим. гос. ун-т им. А.Г. и Н.Г. Столетовых. – Владимир: Изд-во ВлГУ, 2015. – 208 с.
2. Использование численно-аналитической модели оценки эффективности функционирования системы защиты информации от несанкционированного доступа при анализе ее вероятностно-временных характеристик/ В.П. Алферов, А.В. Бацких, А.В. Крисилов, А.Д. Попов, Е.А. Рогозин. //Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки. 2020. 47(1): 58-71. DOI: 10.21822/2073-6185-2020-47-1-58-71.
3. Куколев А.Н., Леонтьев А.С., Моисеев А.А. Методика взаимосвязанной оценки достоверности результирующей информации и времени обработки сообщений пользователей в вычислительном комплексе специализированной АСОУ// Вопросы специальной радиоэлектроники. Сер. СОИУ, 1986, вып. 2.
4. Леонтьев А.С., Пряхин В.К. Многоуровневые иерархические модели обработки информации в вычислительных системах с учетом надежности// Алгоритмы и структуры специализир. вычисл. систем. Тула, 1981, с. 51-57.
5. Климов Г.П. Стохастические системы обслуживания. – М.: Наука, 1966. – 244 с.
6. Полуян Л.Я. Метод расчета времени обработки запросов в ИВС с абонентской сетью// Алгоритмы и структуры специализир. вычисл. систем. Тула, 1983, с.10-21.
7. Леонтьев А.С. Аналитические и аналитико-имитационные методы оценки влияния отказов на временные характеристики вычислительных систем коллективного пользования// Алгоритмы и структуры

специализированных вычислительных систем. –Тула: ТПИ, 1985. – с. 57-68.

8. Леонтьев А.С. Аналитические методы расчета вероятностно-временных характеристик информационных процессов в вычислительных системах на базе многоуровневых вложенных сетевых моделей с ненадежными элементами// Теоретические вопросы вычислительной техники и программного обеспечения: Межвузовский сборник научных трудов. – М.: МИРЭА, 2006, с. 50-56.

9. Криницкая Е.В., Леонтьев А.С. Метод оценки оперативности решения задач пользователей при искажениях во входной информации// Современные информационные технологии в управлении и образовании: Сборник научных трудов. - М.: ФГУП НИИ “Восход”, МИРЭА, 2005. – с. 98-102.

10. Леонтьев А.С., Зверев С.Н. Автоматизация проектирования систем обработки информации с использованием аналитико-имитационных моделей. – Тез. докл. всесоюз. конф. по автоматизации проектирования систем управления. Ереван, 1984, с. 216-218.