INTEGRAL BILAN XARAKTERLANUVCHI BA'ZI BIR FUNKSIYA SINFLARI HAQIDA.

O'razaliyev Shirinboy Bo'ron o'g'li
Samarqand iqtisodiyot va servis instituti

ANNOTATSIYA

Ushbu maqolada kompleks sonlar maydonida ba'zi bir funksiyalar sinifining integral bilan xarakterlanishi ko'rib chiqilgan.

ANNOTATION

This article considers the characterization of some class of functions with an integral over the field of complex numbers.

Аннотация

В данной статье рассматривается характеристика некоторого класса функций интегралом в пространстве комплексных чисел.

Integral bilan xarakterlanuvchi ba'zi bir funksiyalar.

1-ta'rif. $(0, l_0 ¿$ da aniqlangan va uzluksiz musbat $\psi(\delta)>0$, $\psi(\delta)\in\Psi$ yotadi deyiladi, agarda: $\left\{\begin{matrix} \int_o^o \psi(u)\,du=+\infty\,(1) \\ \int_o^o u\psi(u)\,du<\infty\,(2) \end{matrix}\right\}=\Psi$ bo'lsa.

2-ta'rif. $\psi(\delta)\in\Psi$ bo'lsin. $f\in I_\psi$ deyiladi, agarda $I_\psi=\left\{\psi(\delta):\psi(\delta)\in\Psi,\int_o^o \omega(f,\delta)\psi(\delta)\,d\delta<\infty\right\}$ bo'lsin, $I_\psi-¿$ sinfning ta'rifidan $\Rightarrow$ $\lim_{\delta\to 0}\omega(f,\delta)=0 \Rightarrow f\in C_\Gamma \Rightarrow I_\psi\subset C_\Gamma$.

$f\in H$ yotadi deyiladi, agarda $\exists\, C_f$, $\omega(f,\delta)\le C_f H$ bo'lsa. bundan ko'rinadiki $H\subseteq I_\psi$.

$I_\psi-¿$ sinfi kompleks sonlar maydonida chiziqli sistemani tashkil etadi.

$H\subset I_\psi$ bo'lgani uchun $I_\psi-¿$ cheksiz o'lchovli fazo bo'ladi, chunki $H-¿$ cheksiz o'lchovli fazo.

I_ψ va normani quydagicha kiritamiz:

$$\|f\|_{I_\psi}=\|f\|_{C_\Gamma}+\int_0^{l_0}\omega(f,t)\psi(t)\,dt\,(1)$$

Normaning hamma shartlari bajariladi.

Teorema. I_ψ fazo (1) norma bo'yicha to'liq fazo bo'ladi.

Isbot. $\{f_n(x)\} \in I_\psi$ va fundamental ketma-ketlik bo'lsin.

$\forall\ \varepsilon>0, \exists\ n,m \in N\, n>n_0, m>n_0 \|f_n-f_m\|_{I_\psi}<\varepsilon$ (1) dan $\|f_n-f_m\|_{C_\Gamma}<\varepsilon$

$\Rightarrow$ ya'ni $\{f_n\}-¿$ fundamental ketma-ketlik C_Γ da fundamental ketma-ketlik bo'ladi. $C_\Gamma-¿$ to'liq fazo bo'lgani uchun $\exists\ f_0 \in C_\Gamma f_n \underset{\rightarrow}{tekis} f_0$.

$\{f_n\} \subset I_\psi \|f_n\|_{I_\psi} \le r>0$ bo'ladi. (1) dan $\forall\ n$ uchun $\int_0^{l_0} \omega(f_n,t)\psi(t)\,dt \le r$

$\forall\ 0<\eta<l_0$ uchun $\int_\eta^{l_0} \omega(f_n,t)\psi(t)\,dt \le r(1¿¿')¿$

$\|f_n-f_0\|_{C_\Gamma} \to 0(2)$ $\Rightarrow$ $\omega(f_n,t) \rightrightarrows \omega(f_0,t)$ uchun $(1¿¿')¿$ da integral ostida limitga o'tish mumkin. $\forall\ 0<\eta<l_0 \int_\eta^{l_0} \omega(f_0,t)\psi(t)\,dt \le r$ bunda $\eta \to 0$ da limitga o'tamiz. $\int_0^{l_0} \omega(f_0,t)\psi(t)\,dt \le r \Rightarrow f_0 \in I_\psi$. Endi $\|f_n-f_0\|_{I_\psi} \underset{n\to\infty}{\rightarrow} 0$ ko'rsatamiz.

Buning uchun (2) ni e'tiborga olsak $\int_0^{l_0} \omega(f_n-f_0,t)\psi(t)\,dt \underset{n\to\infty}{\rightarrow} 0$ ko'rsatish yetarli. $f_n \in I_\psi$ uchun $\forall\ \varepsilon>0, \exists\ n_0(\varepsilon), n>n_0, m>n_0$ uchun $\|f_n-f_m\|_{I_\psi}<\varepsilon$. Bundan $\int_0^{l_0} \omega(f_n-f_m,t)\psi(t)\,dt<\varepsilon, \forall\ 0<\eta<l_0$ uchun

$\int_\eta^{l_0} \omega(f_n-f_m,t)\psi(t)\,dt<\varepsilon$, bunda $m \to \infty$ da limiti $\int_\eta^{l_0} \omega(f_n-f_0,t)\psi(t)\,dt<\varepsilon$ $\eta \to 0$ $\int_0^{l_0} \omega(f_n-f_0,t)\psi(t)\,dt \to 0$.

1-lemma. I_ψ ning C_Γ da yotishi to'la uzluksiz.

Isbot. Avvalo I_ψ ni C_Γ ning to'g'ri qismi ekanligini ko'rsatamiz.

(1) dan $\|f\|_{C_\Gamma} \le \|f\|_{I_\psi}$. Bu tengsizlik I_ψ ning C_Γ da yotishining uzluksiz ekanligini ko'rsatadi. Endi I_ψ ning C_Γ da yotishining kompakt ekanligini ko'rsatamiz. $\{f_n\}$ ketma-ketlik I_ψ da chegaralangan to'plam bo'lsin, ya'ni $\forall\ n$ lar uchun $\|f_n\|_{I_\psi} \le r<+\infty$. Bu tengsizlikni e'tiborga olgan holda, (1) dan $\{f_n\}$ ketma-ketlik C_Γ da tekis chegaralanganligi kelib chiqadi. Endi $\{f_n\}$ ketma-ketlik C_Γ da tekis

darajali uzluksiz ekanligini ko'rsatamiz. Buning uchun quydagi funksiyani kiritamiz:

$$\omega(\delta) = ¿ n \, \omega(f_n, \delta)$$

$\omega(\delta)$ ga $\{f_n\}$ ketma-ketlik uchun Artsel xarakteristikasi deyiladi. $\lim_{\delta \to 0} \omega(\delta) = 0$ ekanligini ko'rsatamiz.

Faraz qilaylik $\lim_{\delta \to 0} \omega(\delta) \neq 0$ bo'lsin. $\omega(\delta)$ manfiy emas $\lim_{\delta \to 0} \omega(\delta) \neq 0$ uchun $\exists \, d > 0, \omega(\delta) > d$. $\forall \; 0 < \delta < l_0$ uchun $\delta_k = \frac{1}{k}$ ($k - ¿$istalgancha katta). δ_k ni shunday tanlaymizki $\omega(\delta_k) > d$ bo'lsin. U vaqtda $\exists \, n_k$ topiladiki $\omega(f_{n_k}, \delta_k) > d$

$$\|f_n\|_{I_\psi} \leq r, \; r \geq ¿ n \int_0^{l_0} \omega(f_n, t) \psi(t) dt \geq ¿ k \int_0^{l_0} \omega(f_{n_k}, t) \psi(t) dt \geq$$

$$\geq ¿ k \int_{\frac{1}{k}}^{l_0} \omega(f_{n_k}, t) \psi(t) dt \geq ¿ k \int_{\frac{1}{k}}^{l_0} \omega\left(f_{n_k}, \frac{1}{k}\right) \psi(t) dt > d ¿ k \int_{\frac{1}{k}}^{l_0} \psi(t) dt.$$

Bu yerdan,

$$\underset{k}{¿} \int_{\frac{1}{k}}^{l_0} \psi(t) dt < \frac{r}{d} \Rightarrow \int_0^{l_0} \psi(t) dt < \frac{r}{d} < \infty$$

lemma isbot bo'ladi.

Foydalanilgan adabiyotlar.

1. Гахов Ф. Д. *Краевые задачи.* М. Изд. Наука. 1977 г.
2. Мусхелишвили Н. И. *Сингулярные интегральные уравнения*. М. Изд. Наука. 1968 г.
3. Абдуллаев С.К., Бабаев А.А. *Некоторые свойства особого интеграла*. Докл. АН. СССР, 1969,188,2
4. Абдуллаев С.К., Бабаев А.А. *Об особом интеграле с суммируемой плотностью*. Функциональный анализ и его приложение. Баку "Элм" 1978 вып.
5. Litvinchuk G.S., Kraevie zadachi i singulyarniye integralniye uravneniya so sdvigom, izd. "Nauka" M.,1977g.