**UDK 37.02**

**Rustamova Shohista Alisher qizi**

Toshkent viloyati Chirchiq davlat pedagogika instituti

**O'zbekiston, Toshkent**

# FREDGOLM INTEGRAL TENGLAMALARINI REZOLVENTA YORDAMIDA YECHISH

**ANNOTATSIYA:** Bu maqolada Fredgolm tenglamalarni rezolventadan foydalanib yechish uchun nazariy ma'lumotlar va namunaviy misollar keltirib o'tilgan.

**Kalit so'zlar:** Integral tenglamalar, Fredgolm integral tenglamalari, Volterra integral tenglamalari, rezolventa, yadro, parametr, bir jinsli, xususiy yechim, chiziqli, takroriy integral, uzluksiz.

# SOLVING FREDGOLM INTEGRAL EQUATIONS USING RESOLVENTA

Annotation: this article discusses theoretical data and sample examples for solving Fredgolm equations using the resolution.

Keywords: Integral Equations, Fredgolm integral Equations, Volterra integral Equations, resolventa, core, parameter, same-sex, private solution, linear, repeated integral, continuous.

Ushbu integral tenglamani rezolventa orqali yechilishini qaraylik:

$$\varphi(x)-\frac{1}{2}\int_0^1 y\varphi(y)dy=\frac{3}{2}e^x-\frac{1}{2}xe^x-\frac{1}{2},$$

Bu yerda $K(x,y)=y,\ \lambda=\frac{1}{2}$

Iteratsiyalangan yadrolarni hisolaymiz:

$$K_2(x,y)=\int_0^1 K(x,t)K(t,y)dt=\int_0^1 tydt=\frac{y}{2},$$

$$K_3(x,y)=\int_0^1 K(x,t)K_2(t,y)dt=\frac{y}{2}\int_0^1 tdt=\frac{y}{2^2},$$

………………………………….

$$K_i(x,y)=\int_0^1 K(x,t)K_{i-1}(t,y)dt=\frac{y}{2^{i-2}}\int_0^1 tdt=\frac{y}{2^{i-1}}.$$

formulaga asosan berilgan tenglamaning rezolventasini hisoblaymiz

$$R\left(x,y;\frac{1}{2}\right)=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{2^{i-1}}\frac{y}{2^{i-1}}=y\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{4^{i-1}}=y\frac{1}{1-\frac{1}{4}}=\frac{4y}{3}.$$

(15) formulaga asosan tenglamaning yechimini quyidagi ko'rinishda topamiz:

$$\varphi(x)=e^x-\frac{1}{2}xe^x-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\int_0^1\frac{4y}{3}\left(\frac{3}{2}e^y-\frac{1}{2}ye^y-\frac{1}{2}\right)dy=$$

$$=\frac{1}{2}(3-x)e^x+\frac{1}{3}(3-e).$$

Yuqorida bayon qilinganlardan ko'riniyaptiki, (1) tenglamaning yechimini ketma-ket yaqinlashish usuli bilan topishda $|\lambda|$ ning $\frac{1}{M}$ dan kichik bo'lgani muhim shart ekan. Tabiiy savol tug'iladi: ketma-ketliklarning $\lambda$ ning barcha qiymatlarida yoki hech bo'lmasa markazi $\lambda=0$ nuqtada va radiusi $\frac{1}{M}$ dan kata bo'lgan doirada (kesmada) yaqinlashishini ko'rsatish mumkinmi? Bunday bo'lmas ekan, tavakkal qilib olingan Fredgolm integral tenglamasi uchun ketma-ketliklar $\lambda$ ning ixtiyoriy chekli qiymatida yaqinlashuvchi bo'ladi.

**Misol.** Ushbu $$\varphi(x)-\lambda\int_0^1\varphi(y)dy=1 \qquad (1)$$

tenglama berilgan bo'lsin. Bu yerda $a=0, b=1, K(x,y)=1, M=1$ bo'lib, ketma-ketlik $|\lambda|<1$ bo'lganda yaqinlashuvchi bo'ladi. Lekin bu tenglamani ketma-ket yaqinlashish usulidan foydalanmay ham osongina yechish mumkin. Shu maqsadda

$$\int_0^1\varphi(y)dy$$

integral biror noma'lum o'zgarmasdan iborat ekanligini e'tiborga olib, uni $C$ orqali belgilab olamiz. U holda (1) tenglamaga asosan $\varphi(x)=1+\lambda C$

Bu ifodani (18) tenglamaga qo'yib, $(1-\lambda)C=1$ (2)

tenglamani hosil qilamiz. $\lambda=1$ bo'lganda bu tenglama yechilmaydi, demak, $\lambda=1$ da (1) integral tenglama yechimga ega emas. Bundan, radiusi birdan katta bo'lgan doirada (1) tenglama uchun ketma-ketliklar yaqinlashishi mumkin emasligi kelib chiqadi. Shunga qaramay qizig'i shundaki, (1) tenglama $\lambda\neq 1$ bo'lgan barcha $\lambda$ lar uchun yechimga ega. Haqiqatdan ham, (2) dan $C=\dfrac{1}{1-\lambda}$, demak, $\varphi(x)=\dfrac{1}{1-\lambda}$. Buni (18) tenglamaga qo'yib, uni qanoatlantirishiga ishonch hosil qilish qiyin emas.

Endi (18) tenglamadan farqli, ozod hadi (0,1) oraliqda ixtiyoriy uzluksiz $f(x)$ funksiya bo'lgan

$$\varphi(x)-\lambda\int_0^1\varphi(y)dy=f(x) \tag{3}$$

tenglamani tekshiramiz. Avvalgiday

$$C=\int_0^1\varphi(y)dy$$

deb belgilab,

$$\varphi(x)=f(x)+\lambda C$$

tenglikni hosil qilamiz. Buni 0 dan 1 gacha integrallab, C ni topish uchun

$$(1-\lambda)C=\int_0^1 f(x)dx \tag{4}$$

tenglamaga ega bo'lamiz. Agar $\lambda\neq 1$ bo'lsa,

$$C=\frac{1}{1-\lambda}\int_0^1 f(x)dx,$$

$$\varphi(x)=f(x)+\frac{\lambda}{1-\lambda}\int_0^1 f(x)dx.$$

Bu funksiyani (3) tenglamaga qo'yib, uni qanoatlantirishiga ishonch hosil qilamiz, demak, (3) tenglama $\lambda\neq 1$ bo'lganda yechiladi va yagona yechimga ega bo'ladi.

Endi $\lambda=1$ bo'lsin. Bu holda (4) tenglama

$$\int_0^1 f(x)dx = 0 \tag{5}$$

ko'rinishga ega bo'ladi. Agar $f(x)$ shunday funksiya bo'lsaki, (5) tenglik o'rinli bo'lmasa, (3) tenglama yechimga ega bo'lmaydi, xuddi shunday bo'lishini $f(x) \equiv 1$ da ham ko'rgan edik. Agar (5) tenglik bajarilsa, u holda C aniqlanmay qoladi , bu holda (3) tenglama $\varphi(x) = f(x) + C$

(C-ixtiyoriy o'zgarmas) ko'rinishdagi cheksiz ko'p yechimlarga ega bo'ladi.

**Misol. Rezolventani yadrodan foydalanib toping.**

$K(x,t) = x - 2t, \quad 0 \le x \le 1, 0 \le t \le 1$

Yechish. Quyidagicha belgilab olamiz, $C_0 = 1, B_0(x,t) = x - 2t$

Yuqoridagi formulalardan foydalangan holda misolni yechamiz.

$$C_1 = \int_0^1 (-s)ds = -\frac{1}{2}$$

$$B_1 = -\frac{x-2t}{2} - \int_0^1 (x-2s)(s-2t)ds = -x - t + 2xt + \frac{2}{3}$$

$$C_2 = \int_0^1 (-2s + 2s^2 + \frac{2}{3})ds = \frac{1}{3}$$

$$B_2 = -\frac{x-2t}{3} - 2\int_0^1 (x-2s)(-s - t + 2st + \frac{2}{3})ds = 0$$

$$C_3 = C_4 = ... = 0, \quad B_3(x,t) = B_4(x,t) = ... = 0.$$

$$D(\lambda) = 1 + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda^2}{6}; \quad D(x,t;\lambda) = x - 2t + (x + t - 2xt - \frac{2}{3})\lambda$$

$$R(x,t;\lambda) = \frac{x - 2t + (x + t - 2xt - \frac{2}{3})\lambda}{1 + \frac{\lambda}{2} + \frac{\lambda^2}{6}}$$

Nazariy va amaliy jihatdan muhim va ahamiyatga ega bo'lgan fizika, mexanika, texnika va boshqa sohalar masalalari integral tenglamalar usuli bilan yechiladi. Ayniqsa, matematik fizikada tekshiriladigan masalalarni yechishda integral tenglamalarning ahamiyati kattadir. Shunday integral tenglamalarni rezolventadan foydalanib yeshish esa birmuncha qiyinchiliklarga barham beradi. Masala qanchalik murakkab bo’lishidan qat’iy nazar agar undan hayotda foydalanolmas ekanmiz yoki uning olam va insoniyat uchun foydasi tegmas ekan u qadrsiz bo’lib qolaveradi. Xuddi shunday integral tenglamalarni talabalar o’rganayotgan paytta hayotga tadbiqini bilmas, mohiyatini tushunmas ekan u talabalar uchun oddiy qog’oz parchalari bo’lib qolaveradi. Integral tenglamalarni tushuntirayotgan paytimizda talabalarga quyidagi hayotiy misollar bilan tushuntirib o’tsak maqsadga muvofiq bo’lar edi deb o’ylayman. Ya’ni ipning tebranishi, moddiy nuqtaning og’irlik kuchi ta’siridagi harakati kabi integral tenglamaga keladigan masalardan foydalanish mumkin.

Bu maqolada Fredgolm tenglamalarni rezolventadan foydalanib yechish uchun nazariy ma’lumotlar va namunaviy misollar keltirib o’tildi.

**Foydalanilgan adabiyotlar**


1. С.Г.Михлин «Лекции по линейним интегральним уравнениям» Москва 1959
2. М.Л.Краснов «Интегральные уравнения введение в теорию» Москва 1975
3. М.Л.Краснов, А.И.Киселев, Г.И.Макаренко «Интегральные уравнения» Москва 2003
4. Салахитдинов М. Мирсабуров.М «Нелокальные задачи для уравнений смешанного типа сингулярными коэффициентами» Ташкент 2005
5. Соболев.С.Л «Уравнение математической физики» Москва 1954
6. http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/
7. http://www.allmath.ru/