MEXANIK HARAKATGA DOIR MASALALARDA DIFFERENSIAL TENGLAMALARDAN FOYDALANISH

N.B. Otojonova

Toshkent viloyati Chirchiq davlat pedagogika instituti

Annotatsiya: *Ushbu maqolada tekis harakat jarayonida soair bo'ladigan hodisalarni o'rganishda differensial tenglamalardan foydalanish metodikasi ko'rsatib berilgan.*

Kalit so'zlar: *Mexanika, tekis harakat, differensial tenglama, moment, inersiya, harakat tenglamasi.*

USE OF DIFFERENTIAL EQUATIONS IN MECHANICAL MOVEMENT

N.B. Otojonova

Chirchik State Pedagogical Institute of Tashkent region

Abstract: *This paper presents a methodology for using differential equations in the study of phenomena occurring in a plane motion.*

Keywords: *mechanics, plane motion, differential equation, moment, inertia, equation of motion.*

Nazariy mexanikada harakat paytida jismlarda sodir bo'lishi mumkin bo'lgan shakl va sifat o'zgarishlari hisobga olinmaydi. Jismning har qanday harakati qayerdadir, biror-bir fazoda va qachondir, biror-bir vaqtda sodir bo'ladi. Fazo ham, vaqt ham harakat bilan bir qatorda jismning borliq shakllaridir. Nazariy mexanikada fazo bir jinsli va izotrop deb qabul qilinadi [1-3], ya'ni mexanik hodisaning o'tishi uning qayerda o'tayotganligiga ham, fazodagi qaysi yo'nalishda sodir bo'layotganligiga ham bog'liq emas.

Jismning fazoda boshqa jismga nisbatan harakatini o'rganish uchun shu ikkinchi jism bilan koordinatalar sistemasi bog'lanadi. U holda jismning tekshirilayotgan harakati jism nuqtalarining tanlab olingan koordinatalar sistemasidagi fazo nuqtalari bilan ketma-ket ustma-ust tushishi orqali belgilanadi.

Vaqt tushunchasi hodisalarning navbatdagi ketma-ketligini, ularning qancha davom etishini aks ettirib, u o'tmishdan kelajakka tomon boradi va orqaga qaytmaslik xossasiga ega. Nazariy mexanikada vaqt fazoning har qanday qismida ham bir meyyorda o'tadi va u fazo kabi uzluksiz hamda bir jinsli deb qaraladi. Vaqt abadiy va cheksizdir. Shuning uchun vaqtni cheksiz ko'p elementlardan iborat to'plam deyish mumkin. Bu to'plamning har bir elementiga vaqtning ma'lum qiymati mos keladi. Shuni alohida ta'kidlab o'tish kerakki, fazoviy o'lchashlar uchun olingan uzunlik birligi, voqealarning o'tish jarayoni qayd qiluvchi vaqt birligi, demak, vaqtning yurishi fizik sharoitdan tashqari, o'zlarining boshqa jismlarga nisbatan harakatiga bog'liqdir, ya'ni ular nisbiy xarakterga ega. Fazo va vaqt meteriyaning borliq shakllari ekan, demak, ular harakatdagi materyaga bog'liq holda o'zgaradi. Bu o'zgarishlar yorug'lik tezligiga yaqin tezliklarda harakat qilingandagina sezilarli bo'ladi. Nazariy mexanikada ular e'tiborga olinmaydi.

Fizikaning asosiy bo'limlarini o'qitishni takomillashtirishga odi bir qancha ilmiy natijalar olingan [4-6], shuingdek, fizikani maktab o'quvchilariga o'qitish texnologiyasi orqali ularning potensialini oshirish ham taxlil qilingan [7-9]. Mexanikani o'rganishda real ob'ektlarning abstrak obrazlari bo'lgan moddiy nuqta, absalyut qattiq jism tushunchalari, kuch tushunchasi va boshqa ko'pgina tushunchalar kiritiladi. Shulardan ba'zilarini ko'rib chiqamiz.

Konkret qaralayotgan masala uchun o'lchamlarining ahamyati bo'lmagan, massasi bir geometrik nuqtaga joylashgan deb tasavvur qilinadigan jism moddiy nuqta deb ataladi. Har bir nuqtasining vaziyati va harakati ikkinchi bir nuqtasining vaziyati va harakatiga bog'liq bo'lgan moddiy nuqtalar to'plami mexanik sistema deyiladi. Ixtiyoriy ikki nuqtasi orasidagi masofa o'zgarmaydigan mexanik sistema absolyut qattiq jism deyiladi. Jismlarning absolyut qattiq deb hisoblaganda, ularda bo'ladigan shakl o'zgarishlar nazarga olinmaydi. Bunday abstraktlash jismlarning mexanik harakatini o'rganishni birmuncha yengillashtiradi.

Nazariy mexanika shartli ravishda kinematika, statika va dinamika qismlarga bo'lib o'rganiladi.

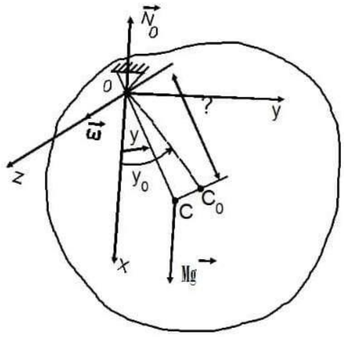
- ✓ Kinematikada jismlarning mexanik harakati uni vujudga keltiruvchi sababga bog'lamay, geometrik nuqtai nazardan o'rganiladi.
- ✓ Statika qismida jismga qo'yilgan kuchlar sistemasini qo'shish, kuchlar sistemasini unga ekvivalent bo'lgan sistema bilan almashtirish, kuchlar sistemasi ta'siridagi jismning muvozanat shartlarini, jismning og'irlik markazini aniqlash masalalari ko'riladi.
- ✓ Dinamikada moddiy nuqta, mexanik sistema va qattiq jismning mexanik harakati shu harakatni vujudga keltiruvchi sabablarga bog'lab o'rganiladi.

Moddiy nuqtadagi kabi qattiq jism dinamikasining ham ikki masalasi mavjud qattiq jismning bu masalalarini yechishda ham berilgan kuchlarga ko'ra jism harakatini aniqlash asosiy vazifa hisoblanadi. Agar jism erksiz bo'lsa, bog'lanishning reaksiyalarini aniqlash ikkinchi masala qatoriga kiradi. Quyida biz qattiq jismning ilgarilama qo'zg'almas o'q atrofidagi aylanma, tekis paralel va sferik harakatlarini dinamikaning ikkala masalasini yechish nuqtai nazaridan qarab chiqamiz. Bunday harakatlar tenglamalarini tuzishda sistema dinamikasining asosiy teoremalaridan foydalanamiz.

Kinematikadan ma'lumki, ilgarilanma harakatdagi jismning barcha nuqtalari shu jismda olingan ixtiyoriy nuqta bilan bir xil qonun asosida harakatlanadi. Shuning uchun ilgarilanma harakatdagi jism biror nuqtasi harakatining differensial tenglamasi jismning ilgarilanma harakati differensial tenglamasi sifatida qabul qilinadi. Bunday nuqta sifatida odatda jismning massalar markazi olnadi.

Jismning massasi M, C massalar markazining radius vektori $\overrightarrow{r_c}$, har bir M_i nuqtasiga qo'yilgan tashqi kuchlarning teng ta'sir etuvchisi $\overrightarrow{F_i^E}$ bo'lsin. U holda massalar markazining harakati tenglamasi $M\overrightarrow{r_c} = \overrightarrow{R^E}$ ga ko'ra jism ilgarilanma harakatining differensial tenglamasi quyidagicha bo'ladi:

$$M\overrightarrow{r_c} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_i^E} \qquad (1)$$



1-rasm

1-rasmda koordinata o'qlariga proyeksiyalab, jism ilgarilama harakati differensial tenglamalarining skalyar ko'rnishda ifodalanishini hosil qilamiz:

$$M\ddot{x}_c = \sum_{i=1}^{n} F_{ix}^E\,; \qquad M\ddot{y}_c = \sum_{i=1}^{n} F_{iy}^E\,; \qquad M\ddot{z}_c = \sum_{i=1}^{n} F_{iz}^E\,. \quad (2)$$

Bunda x_c, y_c, z_c - jism massalar markazining koordinatalari,

$$M\ddot{x}_c = \sum_{i=1}^{n} F_{ix}^E\,; \qquad M\ddot{y}_c = \sum_{i=1}^{n} F_{iy}^E\,; \qquad M\ddot{z}_c = \sum_{i=1}^{n} F_{iz}^E. \quad (3)$$

Bu tenglamalarni integrallash nuqta harakatining differensial tenglamalarini integrallash kabi bajariladi. Shuni ta'kidlash zarurki, tashqi kuchlar teng ta'sir etuvchiga keltirilishi mumkin bo'lgan holdagina jism bu kuchlar ta'sirida ilgarilanma harakat qila oladi.

Biror OO_1 o'q atrofida aylanuvchi jism berilgan bo'lsin (2-rasm). O'q O nuqtada sferik sharni, O_1 nuqtada esa podshipnik yordamida mahkamlangan. O va O_1 nuqtalarda hosil bo'ladigan reaksiyalarni mos ravishda $\overrightarrow{N_o}$ va $\overrightarrow{N_{o_1}}$ orqali belgilaylik. $\overrightarrow{N_O}$ reaksiya fazoda ixtiyoriy yo'nalishni egallashi mumkin. $\overrightarrow{N_{O_1}}$ reaksiya esa aylanish o'qiga tik bo'lgan tekislikda yotadi. Jismga ta'sir qiluvchi tashqi kuchlarning bosh vektorini $\vec{R}$ orqali, ularning O nuqtaga nisbatan bosh momentini esa $\overrightarrow{M_O}$ bilan belgilaylik. Jism harakatini harakat miqdori va harakat miqdori momenti haqidagi teoremalarni ifodalovchi tenglamalarni to'liq belgilaymiz. Bu tenglamalar quyidagicha yoziladi:

$$\left.\begin{array}{r} \frac{d\vec{K}}{dt} = \vec{R} + \overrightarrow{N_O} + \vec{N} \\ \frac{d\overrightarrow{L_0}}{dt} = \overrightarrow{M_O} + (\overrightarrow{OO_1} \times \overrightarrow{N_{O_1}}) \end{array}\right\}. \qquad (4)$$

Bunda $\vec{K}$ - jismning harakat miqdori vektori, $\overrightarrow{L_O}$ - jismning O nuqtaga nisbatan kinetik momenti. Koordinatalar boshini O nuqtada olib $Oxyz$ koordinatalar sistemasini o'tkazamiz. (4) tenglamalarni bu koordinatalar sistemasi o'qlariga proyeksiyalaymiz:

$$\left.\begin{array}{r} \frac{dK_x}{dt} = R_x + N_{O_x} + N_{O_1x}, \quad \frac{dK_y}{dt} = R_y + N_{Oy} + N_{O_1y} \\ \frac{dK_z}{dt} = R_z + N_{Oz} \\ \frac{dL_{Ox}}{dt} = M_{O_x} - OO_1 \times N_{O_1y}, \quad \frac{dL_{Oy}}{dt} = M_{Oy} + OO_1 \times \\ \times N_{O_1x}, \quad \frac{dL_{Oz}}{dt} = M_{Oz} \end{array}\right\}. \quad (5)$$

Bu tenglamalarning chap tomonlarini aniqlaymiz. Ma'lumki, $\vec{K} = M\overrightarrow{\vartheta_C} = M(\vec{\omega} \times \vec{r_c})$. Bunda M - jismning massasi, $\overrightarrow{\vartheta_C}$- inersiya markazining tezligi, $\vec{\omega}$ – jismning aylanma harakatdagi burchak tezligi, $\vec{r_c}$ – inersiya markazining O nuqtaga nisbatan radius-vektori. U holda

$$K_x = -M\omega \cdot y_c, \quad K_y = M\omega \cdot x_c, \quad K_z = 0.$$

Bundan quyidagi hosil bo'ladi:

$$\frac{dK_x}{dt} = -M(\varepsilon \cdot y_c + \omega^2 \cdot x_c), \quad \frac{dK_y}{dt} = M(\varepsilon \cdot x_c + \omega^2 \cdot y_c), \quad \frac{dK_z}{dt} = 0 \qquad (6)$$

Endi harakat miqdori momenti proyeksiyalarining hosilalarini aniqlashga o'tamiz. Ma'lumki mexanik sistemaning biror nuqtaga nisbatan harakat miqdori momenti

$$\overrightarrow{L_O} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{m_0}\left(m_i\overrightarrow{\vartheta_\iota}\right) = \sum_{i=1}^{n} \vec{r_\iota} \times m_i\overrightarrow{\vartheta_\iota} \qquad (7)$$

formuladan topladi. Qattiq jismning koordinatalar boshiga nisbatan harakat miqdori momentini aniqlash uchun jismni n ta maydon bo'lakchalarga bo'lamiz. So'ngra bunday jism uchun $\overrightarrow{L_O} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{m_0}\left(m_i\overrightarrow{\vartheta_\iota}\right) = \sum_{i=1}^{n} \vec{r_\iota} \times m_i\overrightarrow{\vartheta_\iota}$ kabi munosabat tuzib, bu munosabatda bo'lakchalarning massalarini nolga intiltirib limitga o'tamiz. Natijada jismning kinetik momenti uchun $\overrightarrow{L_O} = \int_{(M)}(\vec{r} \times \vec{\vartheta})dm$ formula hosil qilamiz. Bunda $\vec{\vartheta} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ ekanligini va $\vec{\omega}$ burchak tezlik vektori aylanish o'qi Oz bo'ycha yo'nalib, inegralga bog'liq emasligini e'tiborga olib, jism kinetik momentining proyeksiyalarini hisoblashning quyidagi formulalariga ega bo'lamiz:

$$L_{Ox} = \omega \int_{(M)} xzdm, \quad L_{Oy} = -\omega \int_{(M)} yzdm, \quad L_{Oz} = \omega \int_{(M)} (x^2 + y^2)dm,$$

bulardan esa

$$\left.\begin{aligned} \frac{dL_{Ox}}{dt} &= -\varepsilon \int_{(M)} xzdm + \omega^2 \int_{(M)} yzdm = -\varepsilon I_{xz} + \omega^2 I_{yz} \\ \frac{dL_{Ox}}{dt} &= -\varepsilon \int_{(M)} yzdm - \omega^2 \int_{(M)} xzdm = -\varepsilon \cdot I_{yz} - \omega^2 \cdot I_{xz} \\ \frac{dL_{Oz}}{dt} &= \varepsilon \int_{(M)} (x^2 + y^2)dm = \varepsilon \cdot I_{Oz} \end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

kelib chiqadi. Bu yerda I_{xz} , I_{yz} – jismning markazdan qochuvshi inersiya momentlari, I_{Oz} – esa jismning Oz o'qqa nisbetan inertsiya momentidan iborat. (3) va (4) tengliklarni (2) ga qo'yamiz. Natijada

$$\left.\begin{aligned} -M\varepsilon y_C - M\omega^2 x_C &= R_x + N_{Ox} + N_{O_1x} \\ M\varepsilon x_C - M\omega^2 y_C &= R_y + N_{Oy} + N_{O_1y} \\ 0 &= R_z + N_{Oz} \\ -\varepsilon I_{xz} + \omega^2 I_{yz} &= M_{Ox} - OO_1 \cdot N_{O_1y} \\ -\varepsilon I_{yz} - \omega^2 I_{xz} &= M_{Oy} + OO_1 \cdot N_{O_1x} \\ \varepsilon I_{Oz} &= M_{Oz} \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

Boshlang'ich berilganda (9) tenglamalar qattiq jismning aktiv kuchlar ta'siridagi harakatini to'liq aniqlaydi. (9) dagi so'nggi tenglamani alohida ko'rib chiqamiz. Uni

$$I_{Oz} \cdot \ddot{\varphi} = M_{Oz} \qquad (10)$$

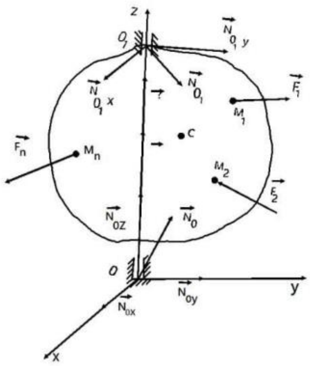
ko'rinishda yozish mumkin. Bu tenglamaning o'ng tomoni aktiv kuchlarning aylanish o'qiga nisbatan bosh momentidan iborat. (10) tenglama qattiq jismning qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakati differensial tenglamasi deyladi.

(10) tenglamani qattiq jismning ilgarilanma harakati differensial tenglamasi $M\overrightarrow{r_c} = \sum_{i=1}^{n} \overrightarrow{F_i^E}$ bilan taqqoslab, jismning inersiya momenti aylanma harakatda inersiya o'lchovi sifatida namoyon bo'lishini ko'ramiz, ya'ni jismning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti aylanma harakatdagi jismning inertligini belgilaydi. Agar jismning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti, jismga qo'yilgan kuchlarning aylanish o'qiga nisbatan bosh momenti ma'lum yoki uni hisoblash mumkin bo'lsa, (10) differensial tenglamani berilgan boshlang'ich shartlar asosida integrallab, harakatning $\varphi = \varphi(t)$ qonunini topish mumkin. (10) dan ko'ramizki, jism aylanma harakatining tenglamasi bog'lanishlar reaksiyalarga bog'liq bo'lmay, faqat aktiv kuchlarning o'zigagina bog'liq. Jism harakatining tenglamasi aniqlanganligidan so'ng ω , ε , x_C , y_C aylanish burchagi φ orqali ifodalanishi mumkin bo'lib, (9) ning qolgan 5 ta tenglamasidan $\overrightarrow{N_{Ox}}$, $\overrightarrow{N_{Oy}}$, $\overrightarrow{N_{Oz}}$, $\overrightarrow{N_{O_1x}}$, $\overrightarrow{N_{O_1y}}$ reaksiya kuchlari aniqlanadi. (9) tenglamalardan ko'ramizki, bog'lanish reaksiyalari jismdagi massalar taqsimotiga bog'liq bo'lish bilan bir qatorda, jismning harakatiga, jumladan uning ω burchak tezligi va ε burchak tezlanishiga ham bog'liq bo'ladi. Bog'lanishlarning reaksiyalari jismga ta'sir qilsa bu reaksiyalarga teng, qarama-qarshi yo'nalgan kuchlar esa bog'lanishlarga ta'sir qiladi. Jism katta tezlik bilan aylanganda bu kuchlar jismga qo'yilgan aktiv kuchlardan ham kattalashib ketishi mumkin. Aylanma harakat qiluvchi qismi bor qurilmalarda bunday kuchlarning paydo

bo'lishi zararli va xavflidir. Katta tezliklarda bu kuchlar bog'lanishlarning sinishiga, turli xil avaryalarning kelib chiqishiga sabab bo'lishi mumkin, aylanma harakat davomida bunday kuchlarning paydo bo'lmasligi qurilmalarning ravon ishlashini ta'minlaydi. (9) tenglamalardan ko'rnadiki, agar aylanish o'qi jismning massalar markazidan o'tsa (bunda $x_C = y_C = 0$) va bu o'q jism uchun inersiya bosh o'qlaridan biri bo'lsa (bunda $I_{xy} = I_{xz} = 0$)

$$\left.\begin{aligned} &R_x + N_{Ox} + N_{O_1x} = 0 \\ &R_y + N_{Oy} + N_{O_1y} = 0 \\ &R_z + N_{Oz} = 0 \\ &M_{Ox} - OO_1 \cdot N_{O_1y} = 0 \\ &M_{Oy} + OO_1 \cdot N_{O_1x} = 0 \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

tenglamalar hosil bo'lib, bog'lanishlarning reaksiyalari jismning harakatiga bog'liq bo'lmaydi. Shu bilan bir qatorda bu reaksiyalarni (11) tenglamalardan bevosita aniqlash mumkin bo'ladi. Shuning uchun aylanuvchi qismlari bor qurilmalar aylanish o'qlari ularning inersiya markazlaridan o'tadigan va bu o'qlar inersiya bosh o'qlaridan biri bo'ladigan qilib yasaladi.



2-rasm

Endi ushbu fikrlarimizni aniq masalalar bilan ko'ramiz.

Masala: Massasi M bo'lgan qattiq jism C massalar markazidan o'tmaydigan Oz gorizontal o'q atrofida o'zining og'irlik kuchi ta'sirida tebranadi. Aylanish o'qidan massalar markazigacha bo'lgan masofa $OC = a$, jismning aylanish o'qiga nisbatan inersiya momenti I ga teng. Boshlang'ich paytda OC kesma vertikaldan φ_0 burchakka og'dirilib, jismga ω_0 boshlang'ich burchak tezlik berilgan. Aylanish burchagi φ ning kichik qiymatlarida jismning harakati, tebranish davri aniqlansin.

Yechilishi: Massa markazidan o'tmaydigan gorizontal o'q atrofida aylana oladigan jism fizik tebrangich deyladi. Fizik tebrangichning harakatini aniqlash uchun jismning qo'zg'almas o'q atrofida aylanma harakati differensial tenglamasi (6) dan foydalanamiz:

$$I_{Oz} \cdot \ddot{\varphi} = M_{Oz}$$

bundan $M_{Oz} = -Mga \sin\varphi$, $I_{Oz} = I$ bo'lgani uchun tenglamani

$$I\ddot{\varphi} = -Mga\, sin\varphi$$

Yoki

$$\ddot{\varphi} + \frac{Mga}{I} \sin\varphi = 0 \qquad (12)$$

ko'rinishda yozish mumkin. (12) ifoda fizik tebrangichning differensial tenglamasi deyladi. Harakat vaqtida φ burchak kichik qiymatlar qabul qilgani uchun, $sin\varphi \approx \varphi$ deb olish mumkin. Shuning uchun

$$k_1^2 = \frac{M\, g\, a}{I} \qquad (13)$$

belgilash kiritib , (12) ni quyidagicha ifodalaymiz:

$$\ddot{\varphi} + k_1^2\, \varphi = 0 \qquad (14)$$

(14) esa erkin tebranma harakat differensial tenglamasini ifodalaydi. Berilgan $t = 0 \,, \varphi = \varphi_{0\,,}\ \ \omega = \omega_0$ boshlang'ich shartlarga ko'ra (14) differensial tenglama yechimi

$$\varphi = \varphi_0 cos k_1 t + \frac{\omega_0}{k_1} \sin k_1 t$$

$$\varphi = a_1 \sin(k_1 t + \alpha) \qquad (15)$$

tenglama bilan ifodalanib, (15) da $a_1\ \ va\ \ \alpha$ boshlang'ich shartlar orqali topladi:

$$a_1 = \sqrt{\varphi_0^2 + \frac{\omega_0^2}{k_1^2}}, \quad \alpha = arctg\frac{\varphi_0 k_1}{\omega_0}$$

Fizik tebrangich tebranish davrini aniqlaymiz:

$$T_\Phi = \frac{2\pi}{k_1} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{M\,g\,a}} \qquad (16)$$

(14) va (16) ni $\ddot{\varphi} + \frac{g}{l}\varphi = 0$ va $T_M = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ bilan taqqoslab fizik tebratgich uzunligi $L = \frac{I}{M\,a}$ bo'lgan matematik tebrangich kabi harakat qilishini ko'ramiz, bunda L uzunlik fizik tebrangichning keltirilgan uzunligi deyladi.

Keltirilgan masaladan ko'rinadiki, tekis harakat sodir bo'lishini differensial tenglamalar bilan ifodalash va ularning echimi topiladi. Shuning uchun, har qanday tekis harakatda bo'ladigan jarayonlarni differensial tenglamalar orqali isodalash hamda ularning echimi tezda va osongina topish mumkin.

Adabiyotlar

1. N.B. Otajonova, D.B. Otajonova The role of defferential equations physical exercise, Pedagogy & Psychology Theory and Practice, 2020, № 4(30), pp.26-30

2. N.B. Otajonova Application of integrals in exact sciences, Pedagogy & Psychology Theory and Practice, 2021, № 2(34), pp.20-23

3. J.U. Begaliyev, N.B. Otojonova, I.U.Tadjibaev The role of physics in the teaching of exact and natural sciences // Academic Research in Educational Sciences, 2021, vol. 2, issue 4 (in press)

4. U.B.Uralova, I.U.Tadjibaev, A.A.Ismoilov, The role of physical tasks in potential development of schoolchildren // Pedagogy & Psychology. Theory and Practice, 2020, 4(30), pp.52-55

5. О.Ш.Қаршибоев, С.М.Исломов, Ф.С.Актамов, Г.Б. Кузманова Баъзи геометрик масалаларни тенгсизликлар ёрдамида ечиш // Физика, математика ва информатика, 2020, 3, 67-71 бетлар

6. N.A.Beketov, G.B.Quzmanova Use Of Historical Materials In Teaching Mathematics In Continuous Education // The American Journal of Social Science and Education Innovations, 2020, vol. 9, ISSN 2689-100X, 2(09), pp.531-537

7. Наримбетова, З. А., Сытина, Н. (2021). Учитель-нравственный пример для ученика. Academic research in educational sciences, 2(1), 1153-1159.

8. Eshkaraev, K., Norimbetova, Z. (2020). Methodological recommendations for organizing and holding mathematical circles. European Scientific Conference, 248-250.

9. Norimbetova, Z. A. (2020). Axborot kommunikatsion texnologiyalari yordamida geometriya fanini o'qitish metodikasi (10-11-sinflar misolida). Science and Education, 1(7).

10. Narimbetova, Z. A. (2020). Matematika fanida ta'lim texnologiyalaridan foydalanish o'quvchilar tafakkurining rivojlantiruvchi omil. Academic research in educational sciences, 1(3), 1253-1261.

11. Narimbetova, Z., Makhmudova, D. (2020). Developing creative competence through the formation of scientific generalization in students. International Journal of Psychosocial Rehabilitation ISSN, 1475-7192.

12. Сытина Наталья, Наримбетова З.А. (2021). Учитель-нравственный пример для ученика. Academic research in educational sciences volume 2(1).