

УДК 2964

*Березин Д.А.*

*Магистрант*

*Слепушкин А.Н.*

*Магистрант*

*Московский государственный институт*

*международных отношений*

## **КОРРЕЛЯЦИОННЫЙ АНАЛИЗ НА ТОВАРНО-СЫРЬЕВЫХ РЫНКАХ**

*Аннотация.* В статье проанализированы взаимные корреляции активов товарно-сырьевого рынка. Рассмотрены методы, используемые при кластеризации данных, и на основе которых построены кластеры активов товарно-сырьевого рынка. Проанализирована динамика корреляций активов, входящих в одинаковые кластеры.

*Ключевые слова:* товарно-сырьевые рынки, фьючерсные контракты, корреляционный анализ, минимальное остовное дерево, тепловая карта, кластерный анализ.

*Berezin D.A.*

*Master student*

*Slepushkin A.N.*

*Master student*

*MGIMO University*

## **CORRELATION ANALYSIS IN COMMODITY MARKETS**

*Annotation.* The article analyzes the mutual correlations of commodity market assets. The methods used in data clustering are considered, and on the basis of which clusters of commodity market assets are built. The dynamics of correlations of assets belonging to the same clusters is analyzed.

**Keywords:** *commodity markets, futures contracts, correlation analysis, minimum spanning tree, heat map, cluster analysis.*

## **Введение**

Исходя из гипотезы эффективного рынка, изменения цен товарно-сырьевых фьючерсов должны быть случайными и непредсказуемыми. Случайные процессы описываются геометрическим броуновским движением, лежащим в основе теории Блэка-Шоулза. В реальности же цены активов отклоняются от случайных колебаний, что было продемонстрировано различными исследованиями с использованием инструментов экономофизики. Все эти наблюдения для фондовых рынков должны быть в целом справедливы и для товарных рынков.

## **Методология исследования**

В ходе исследования, представленного в работе, применялись общенаучные методы исследования в рамках описательного, сравнительного, логического анализа, а также анализа динамики. Кроме того, в целях выполнения задач исследования использовались методы кластерного анализа.

## **Результаты исследования**

В своей работе мы собрали основные ценовые котировки за период с 2000 года по 2023 год по 29 товарно-сырьевым фьючерсам. Данные были собраны из следующих источников:

- Финам
- SeekingAlpha

Все фьючерсные контракты торгуются в долларах США. В качестве котировки выбиралась цена закрытия торгового дня.

## **Корреляции**

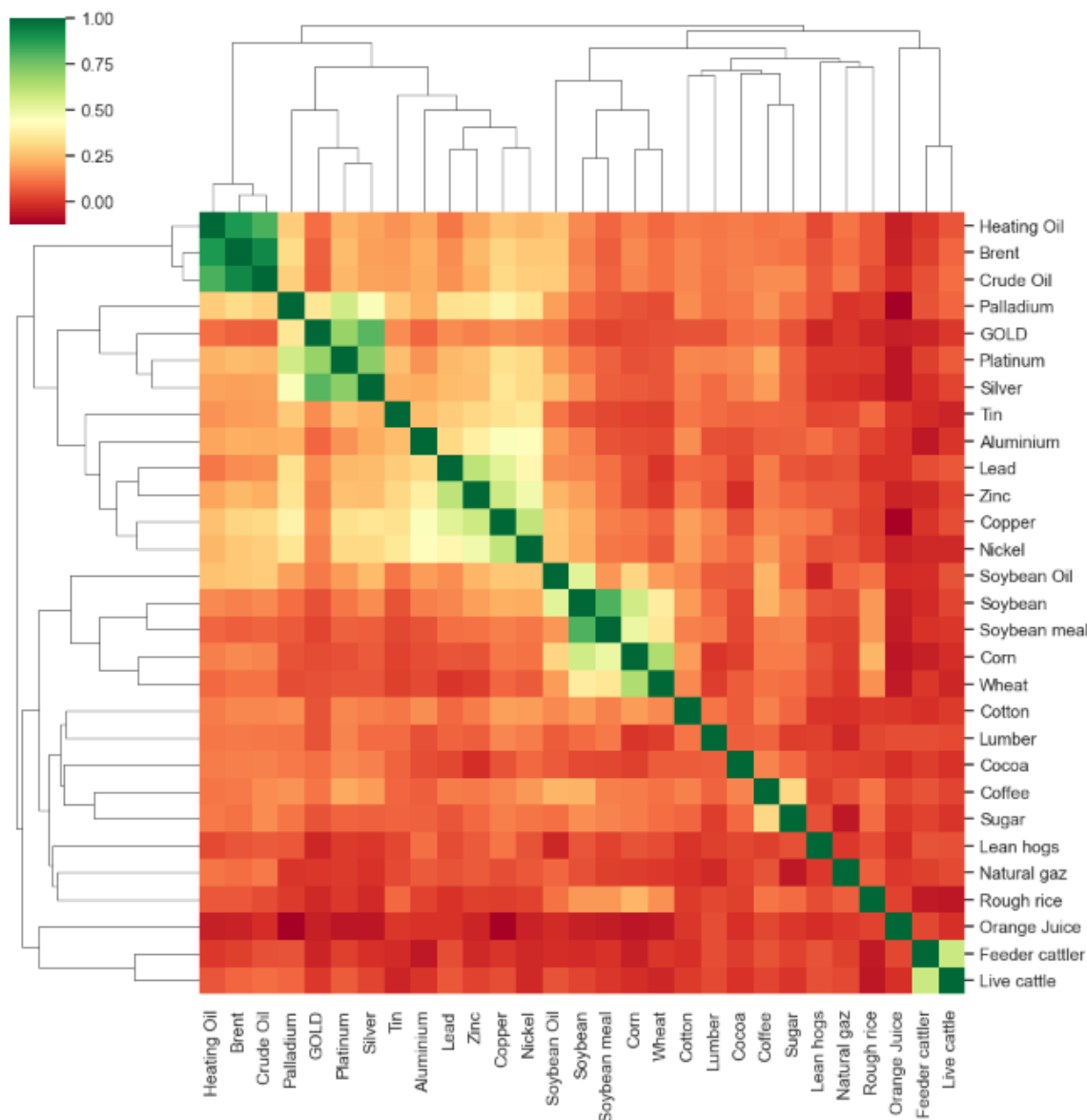
Обозначим через  $P_j(t)$  цену  $j$ -го актива в дату  $t$ . Определим доходность в дату  $t+1$  через выражение  $r_j = \log(P_j(t+1)) - \log(P_j(t))$ . Определим коэффициент корреляции Пирсона по формуле:

$$C_{ij} = \frac{[M(r_i r_j) - M(r_i)M(r_j)]}{\sqrt{[M(r_i^2) - (M(r_i))^2] * [M(r_j^2) - (M(r_j))^2]}}$$

На основе рассчитанных коэффициентов строится матрица корреляции. Тепловая карта это один из способов визуализации корреляция. С ее помощью можно проверить результаты корреляционных вычислений и получить представление о некоторых взаимосвязях, присутствующих в данных.обычный способ визуализации корреляций - с помощью тепловой карты.

Для построения тепловой карта мы воспользовались библиотекой Seaborn, которая содержит метод под названием cluster map. Кластеризованные тепловые карты могут быть полезным способом визуализации корреляций между атрибутами в наборе данных, особенно если данные имеют высокую размерность, поскольку они автоматически переупорядочивают атрибуты, схожие друг с другом, в кластеры. Это делает тепловую карту более структурированной и удобочитаемой, поэтому легче определить взаимосвязи и определить схожие классы активов.

Clustered Heatmap: Correlations between asset price returns



Тепловая карта имеет цветовую маркировку с использованием расходящейся цветовой шкалы, где сильные положительные корреляции (корреляция = 1) обозначены темно-зеленым цветом, некоррелированные активы обозначены желтым цветом (корреляция = 0), а отрицательно коррелированные активы обозначены красным цветом (корреляция = -1).

Кластеризованная визуализация тепловой карты демонстрирует, что товарно-сырьевые фьючерсы могут быть объединены в несколько групп, внутри которых цены ведут себя схожим образом:

- Группа фьючерсов нефтепродуктов (Heating Oil, Brent, Crude Oil).
- Группа фьючерсов драгоценных металлов (Palladium, GOLD, Platinum, Silver).
- Группа фьючерсов цветных металлов (Lead, Zinc, Copper).
- Группа фьючерсов соевых продуктов (Soybean Oil, Soybean, Soybean meal).
- Группа фьючерсов зерновых (Corn, Wheat).
- Группа фьючерсов живого скота (Live cattle, Feeder cattler).

Высокие попарные корреляции в группах сигнализируют о том, что цены на товары будут одновременно меняться в одном и том же направлении, то есть активы из одной группы будут приводить к низкой диверсификации портфеля, а активы из разных групп могут обеспечить более широкую диверсификацию портфеля.

### ***Кластеризация на основе минимального остовного дерева***

Многие алгоритмы кластеризации построены на представлении данных в виде графов. При этом вершинами графа будут являться объект, представленные в данных, а ребрами это расстояния между объектами. В нашем случае вершинами графа являются рассматриваемые фьючерсы, а расстояние между объектами можно определить через коэффициент корреляции, как  $d_{ij} = \sqrt{2(1 - C_{ij})}$ .

К преимуществам алгоритмов кластеризации, основанных на построении графов, можно отнести простоту реализации, наглядность и возможности оптимизации на основе графиков.

Алгоритм минимального остовного дерева на выходе получает дерево, имеющее минимальную длину входящих в него ребер. Такое дерево также называют кратчайшим путем или каркасом графа.

Краткое описание работы алгоритма представлено ниже:

- Шаг 1. Находим две точки, расстояние между которыми является наименьшим.
- Шаг 2. Отбираем эти две точки и ребро их соединяющее.
- Шаг 3. Находим точку, расстояние до которой является наименьшим от уже отобранных точек.
- Шаг 4. Добавляем эту точку к уже отобранным вместе с ребром, соединяющим ее и уже отобранные точки, а также имеющим минимальную длину среди всех возможных.
- Шаг 5. Повторяем Шаги 3-4 пока в графе есть еще не отобранные точки
- Шаг 6. Удаляем K-1 самых длинных ребер из полученного дерева

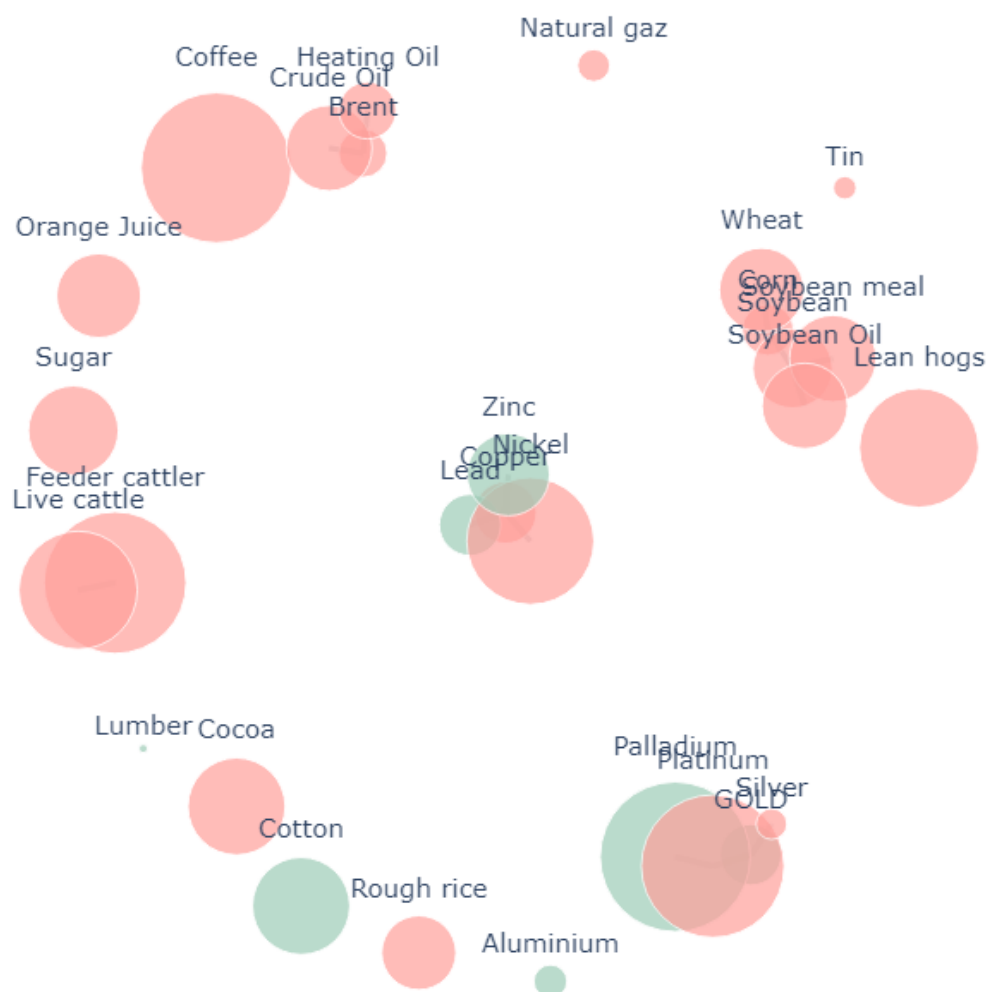
В итоге на Шаге 6 дерево распадается на отдельные подграфы, которые и являются отобранными кластерами.

Результаты кластеризации, построенной на основе минимального остовного дерева представлены ниже. На графике можно выделить следующие группы активов:

- Группа 1. Palladium, Gold, Silver, Platinum
- Группа 2. Zink, Nickel, Copper, Lead
- Группа 3. Wheat, Leans Hog, Corn, Soybean, Soybean meal, Soybean Oil
- Группа 4. Coffee, Heating Oil, Brent, Crude Oil
- Группа 5. Feeder Cattler, Live Cattle

Кластеры, полученные методом минимального остовного дерева, во многом совпадают с кластерами, построенными на основе тепловой карты, что является дополнительным свидетельством наличия данных кластеров.

Plotly - interactive minimum spanning tree



### *Динамика корреляционных рядов*

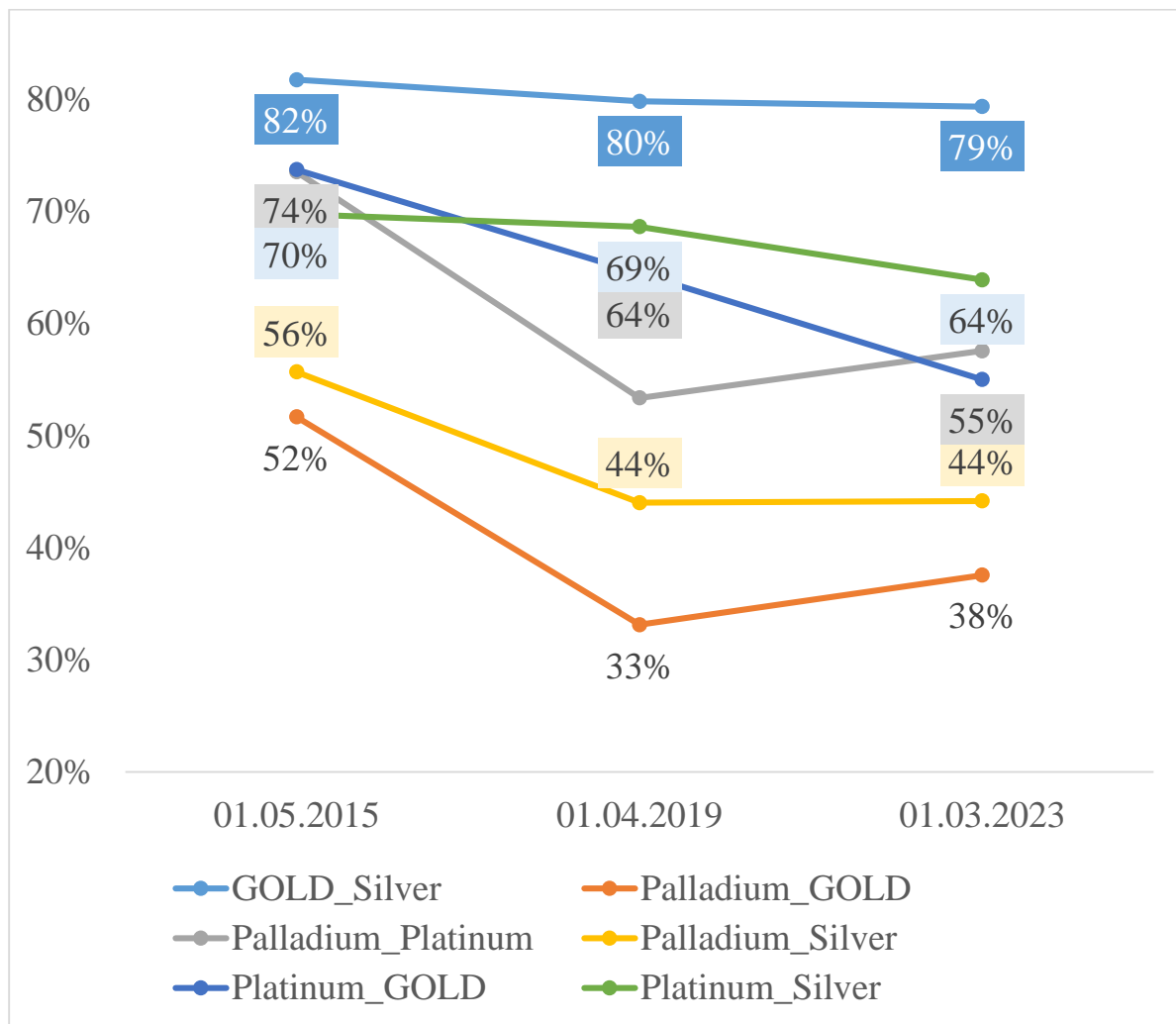
На основе проведенного анализа кластеров активы были разбиты на следующие группы:

- Группа фьючерсов нефтепродуктов (Heating Oil, Brent, Crude Oil).
- Группа фьючерсов драгоценных металлов (Palladium, GOLD, Platinum, Silver).
- Группа фьючерсов цветных металлов (Lead, Zinc, Copper, Nickel).

- Группа фьючерсов соевых продуктов (Soybean Oil, Soybean, Soybean meal, Wheat).

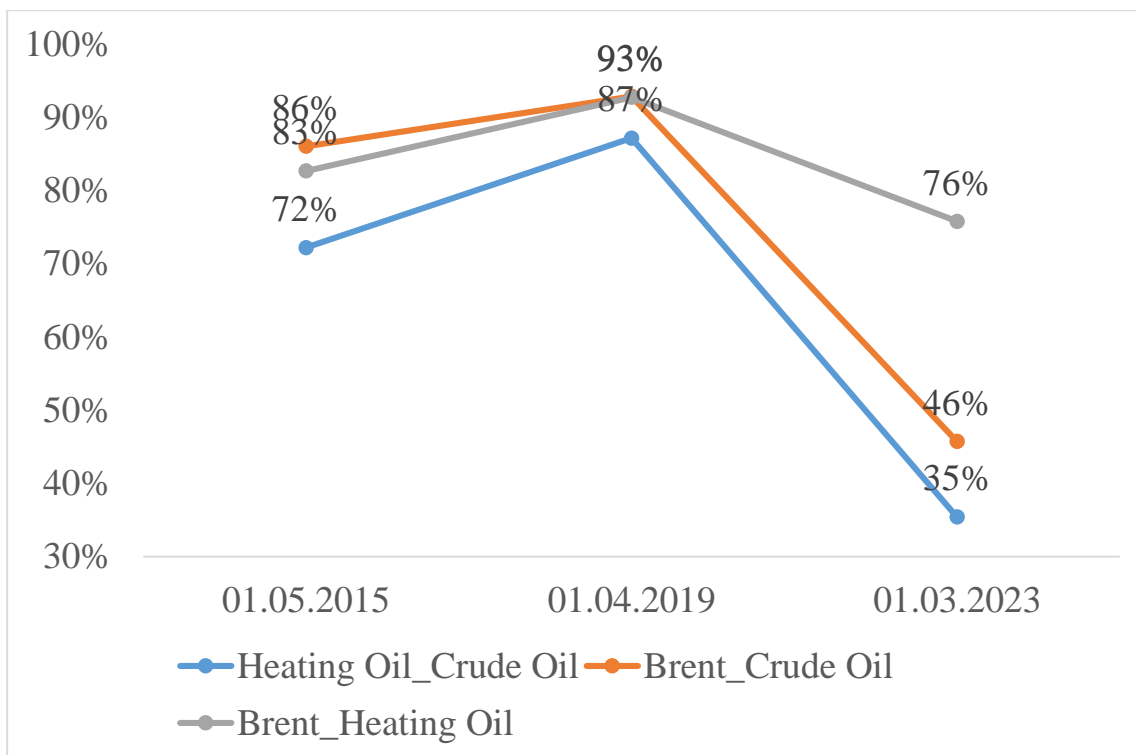
В целях анализа динамики внутригрупповых корреляций исходные данные были разбиты на 5 временных периодов длительностью 4 года. Внутри каждого временного периода и для каждой группы фьючерсов были рассчитаны попарные корреляции. Результаты проведенного анализа представлены ниже.

### *Драгоценные металлы*

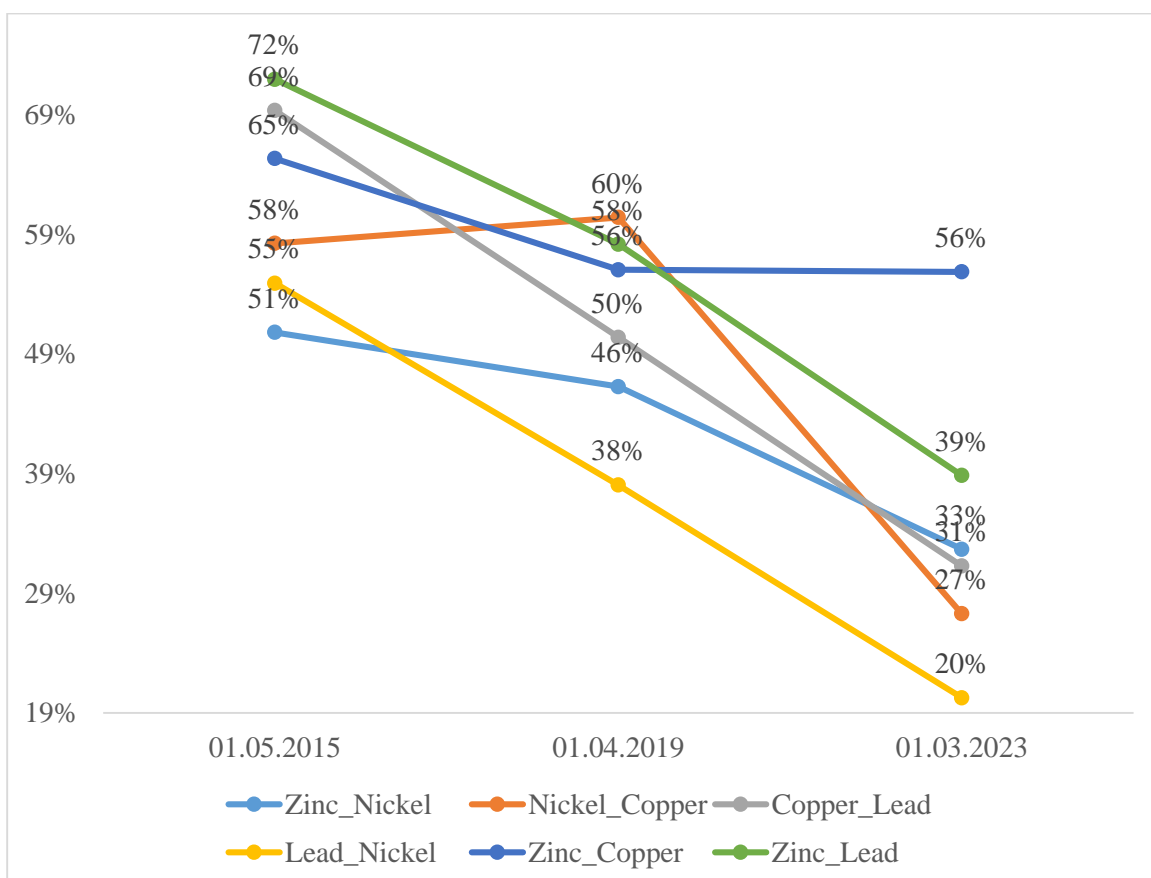


### *Нефтепродукты*

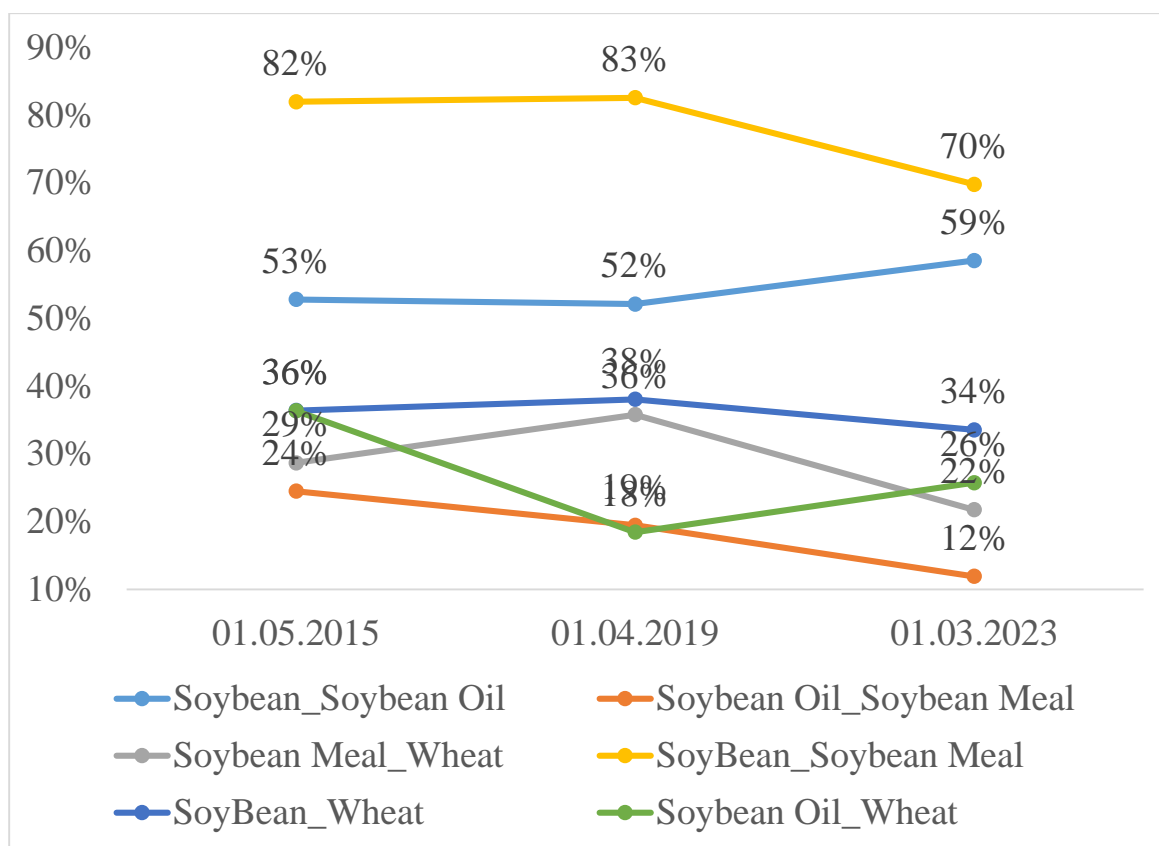




### *Цветные металлы*



### *Соевые продукты*



### Заклучение

В данной работе были проанализированы взаимные корреляции на товарных рынках. На основе данных корреляционной матрицы были построены метрики расстояния между активами, тепловая карта и минимальное остовное дерево. Эти методы помогли выявить ряд групп кластеров на товарном рынке: драгоценные металлы, нефтепродукты, соевые продукты, цветные металлы и живой скот. Была проанализирована динамика взаимных корреляций внутри этих групп и сделан вывод, что корреляции внутри групп изменялись незначительно за исключением последних 5 лет, когда наблюдается существенное снижение взаимных корреляций.

### Список использованных источников

1. Silvennoinen A., Thorp S. Financialization, crisis and commodity correlation dynamics //Journal of International Financial Markets, Institutions and Money. – 2013. – Т. 24. – С. 42-65. URL: <https://eprints.qut.edu.au/218830/1/10.1.1.592.1586.pdf>
2. Lombardi M. J., Ravazzolo F. On the correlation between commodity and equity returns: implications for portfolio allocation //Journal of Commodity Markets. – 2016. – Т. 2. – №. 1. – С. 45-57. URL: [https://www.researchgate.net/profile/Marco-Lombardi-7/publication/263167556\\_On\\_the\\_correlation\\_between\\_commodity\\_and\\_equity\\_returns\\_implications\\_for\\_portfolio\\_allocation/links/0046353a15cd16498c000000/On-the-correlation-between-commodity-and-equity-returns-implications-for-portfolio-allocation.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Marco-Lombardi-7/publication/263167556_On_the_correlation_between_commodity_and_equity_returns_implications_for_portfolio_allocation/links/0046353a15cd16498c000000/On-the-correlation-between-commodity-and-equity-returns-implications-for-portfolio-allocation.pdf)
3. Awaworyi-Churchill S. et al. Breaks, trends and correlations in commodity prices in the very long-run //Energy Economics. – 2022. – Т. 108. – С. 105933. URL: [https://www.researchgate.net/profile/Russell-Smyth/publication/358885908\\_Breaks\\_trends\\_and\\_correlations\\_in\\_commodity\\_prices\\_in\\_the\\_very\\_long-run/links/621aa0149947d339eb6ccfed/Breaks-trends-and-correlations-in-commodity-prices-in-the-very-long-run.pdf](https://www.researchgate.net/profile/Russell-Smyth/publication/358885908_Breaks_trends_and_correlations_in_commodity_prices_in_the_very_long-run/links/621aa0149947d339eb6ccfed/Breaks-trends-and-correlations-in-commodity-prices-in-the-very-long-run.pdf)
4. Гюллинг А. О., Воронцова Н. В. ВИЗУАЛИЗАЦИЯ НА ГРАФАХ //Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2023. – №. 2. – С. 128-137. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/vizualizatsiya-na-grafah>
5. Перл О. В., Перл И. А. Применение мультимодального подхода для выявления подобия в многомерных наборах данных с примером использования //International Journal of Open Information Technologies. – 2022. – Т. 10. – №. 1. – С. 41-53. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/primenenie-multimodalnogo-podhoda->

[dlya-vyyavleniya-podobiya-v-mnogomernyh-naborah-dannyh-s-primerom-ispolzovaniya](#)

6. Matos S., Madaleno M. The companies in the European energy sector: Hierarchical Tree Analysis //Energy Reports. – 2022. – Т. 8. – С. 595-600.

URL:

<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S235248472200717X>